ОРИГИНАЛЬНЫЕ СТАТЬИ

УДК: 531/534+681.3.06

MSC 2010: 00A71, 68U20, 70E18, 70E55, 74H15, 74M10, 74M15, 74M20

Физически-ориентированное моделирование динамики омнитележки

И. И. Косенко, К. В. Герасимов

Омниколесо определяется как колесо, вдоль обода которого располагаются ролики. Соответственно, экипаж, оснащенный омниколесами, называется омнитележкой. В работе представлена пошаговая реализация разработки динамической модели системы тел, составляющих омнитележку. Вначале моделируется динамика ролика, совершающего свободное движение в поле сил тяжести. При этом предполагается, что на ролик может быть наложена неудерживающая связь — твердотельный контакт с горизонтальной плоскостью. Оказалось, что в упомянутых условиях возможно применение упрощенного и эффективного алгоритма отслеживания контакта. На следующем этапе реализуется модель омниколеса. Затем производится сборка полной модели экипажа в виде контейнерного класса, содержащего массивы — объекты колес и шарнирных связей. Динамические свойства результирующей модели экипажа иллюстрируются при помощи численных экспериментов.

Ключевые слова: омниколесо, алгоритм отслеживания контакта, неудерживающая связь, определение контакта, модель трения, объектно-ориентированное моделирование

Получено 12 февраля 2016 года
После доработки 21 мая 2016 года

Работа выполнена в Московском авиационном институте (Национальном исследовательском университете) при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-21-00068).

Косенко Иван Иванович
kosenko@ccas.ru

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет),
125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4

Герасимов Кирилл Вячеславович
kiriger@gmail.com

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
119991, Москва, 1-52, ГСП-1, Ленинские горы

1. Введение

Исследование динамических свойств экипажей с омниколесами является достаточно популярной темой в области динамики систем тел [1, 2, 9, 12, 14]. Известны упрощенные, идеализированные модели, в которых контактирующие ролики предполагаются бесконечно малыми, а их суммарная масса — нулевой, так что соответствующая неголономная связь «равномерно» распределена по ободу омниколеса.

Парадоксальным образом в этой ситуации физический объект (омниколесо) приближенно описывает идеализированный объект (а не наоборот). В этом случае в соответствующей аппроксимации ролики омниколеса играют роль дискретных элементов.

Основная задача данной работы — разработка методики построения динамического прототипа «реальной» модели омнитележки, явным образом включающей в себя динамические модели отдельных роликов. При этом применяется технология прототипирования, использованная ранее в нескольких моделях динамики систем тел [13]. В данной работе для конструирования моделей динамики систем твердых тел применяется парадигма объектно-ориентированного проектирования и моделирования, основанная на языке Modelica [7]. В этом случае на основе применения так называемой мультипортовой технологии динамическая модель систем взаимодействующих тел представляется в виде коммуникационной сети [13].

Любая сеть, моделирующая динамику систем тел, представляется в виде набора объектов двух классов: а) класса «твердое тело», инкапсулирующего, в основном, дифференциальные уравнения Ньютона–Эйлера; б) класса «связь», составленного из иерархии наследников, реализующих разнообразные виды и подвиды механических связей (при помощи соответствующих систем дифференциально-алгебраических уравнений). Именно это разнообразие и придает богатство миру моделей классической механики. В уравнениях Эйлера для вращательного движения для обеспечения универсализма базового класса применяется алгебра кватернионов.

Практика показала, что описанный подход для построения динамики систем тел (в частности, для задач большой и очень большой размерности) оказался удобен для построения моделей контактного взаимодействия твердых и деформируемых тел [5, 6].

В отличие от работ [12, 14] в данной работе уделяется особое внимание вопросу конструирования неударяющей связи в контакте ролика и горизонтальной плоскости, а также алгоритмической реализации процесса переключения контакта от ролика к ролику при качении омниколеса.

2. Постановка задачи

Для простоты и наглядности мы ограничиваемся рассмотрением омниколес, оснащенных четырьмя роликами. Также для простоты сами ролики имеют оси вращения, лежащие в плоскости колеса (рис. 1).

При описании конструкции модели омнитележки заметим, что количество роликов на колесе и угол наклона оси ролика к плоскости колеса (в общем случае) являются параметрами модели и могут достаточно просто меняться без каких-либо существенных модификаций в коде самой модели. Под кодом модели мы подразумеваем здесь текст, написанный на языке Modelica. Фактически это список дифференциальных и алгебраических (включая трансцендентные) уравнений, возникающий неявно при работе компилятора язы-

Рис. 1. Омниколесо в вертикальном положении: а) вид сбоку; б) вид спереди.

ка, когда идет «сборка» классов-наследников в результирующий объект, представляющий динамическую модель отдельного твердого тела или отдельную связь.

Предполагается также, что ролики размещаются на колесе таким образом, что для вертикально поставленного омниколеса проекция линии контактирования наинизшего ролика с горизонтальной плоскостью будет состоять из последовательности сегментов соответствующих линий контактирования отдельных роликов. Эти сегменты сопрягаются таким образом, что при переходе контакта от ролика к ролику нормальная составляющая скорости точки ролика, находящейся в точке контакта, к горизонтальной плоскости равна нулю. Это означает отсутствие удара по нормали к плоскости. В случае коллинеарности осей роликов и плоскости колеса скачки скорости скольжения по касательному направлению к горизонтальной плоскости также отсутствуют, так как при переходе контакта между роликами их внешние поверхности непрерывно вырождаются в точку (в идеализированной модели), что означает отсутствие кинематического влияния собственного вращения роликов при переходе контакта с ролика на ролик. Таким образом, переключение контактов между роликами омниколеса не приведет к нарушению регулярности движения в силу причин ударного характера. Заметим еще раз, что все описанное будет справедливо, если колесо все время остается в вертикальном положении.

На следующем уровне сборки модели несколько колес соединяются с подвижной платформой экипажа при помощи шарнирных связей. В нашем случае количество колес может быть три или более (в зависимости от конструкции экипажа и модели контактирования ролика с горизонтальной поверхностью). На платформе они могут образовывать самые разные конфигурации. В конкретном примере на рисунке 2 имеется три колеса, образующие равносторонний треугольник в горизонтальной плоскости zx . Ось y здесь предполагается вертикальной.

Рис. 2. Трехколесный экипаж. Вид сверху.

3. Модель динамики отдельного ролика

Сначала предположим, что ролик представляет собой осесимметричное веретенообразное твердое тело с внешней поверхностью, задаваемой в своих собственных осях $Oxyz$ уравнением

$$x^2 + \left(\sqrt{y^2 + z^2} + R_1\right)^2 = R^2, \quad (3.1)$$

где R — радиус омниколеса, $R_1 = R \cos \alpha$ — расстояние от центра ролика до центра колеса, $\alpha = \pi/n$ — половина центрального угла, под которым ролик виден из центра колеса, n — количество роликов на колесе.

Динамика поступательно-вращательного движения реализуется так, как это описано в [13], в виде уравнений Ньютона–Эйлера, причем для моделирования вращательного движения твердого тела используется алгебра кватернионов [3].

Рис. 3. Ролик над горизонтальной плоскостью. Вид сбоку.

Рис. 4. Схема отслеживания контакта: вид сбоку отдельного ролика.

Отдельную проблему представляет задача отслеживания контакта между поверхностью ролика и горизонтальной плоскостью. Для моделирования динамики твердого тела с неудерживающей связью применена технология, описанная в [4]. В данном случае можно было бы применить систему алгебраических или дифференциально-алгебраических уравнений. Однако эти уравнения вырождаются в точках $x = \pm R \sin \alpha$ в координатах ролика. Такое вырождение обычно приводит к аварийному завершению вычислительного процесса моделирования.

В нашей задаче положение спасает специфика конфигурации, обеспечивающей постоянство вертикального расположения омниколеса. При этом условии можно указать явную формулу, позволяющую вычислить ближайшую к плоскости точку P_B ролика (рис. 4). Этой точке всегда «противостоит» ее вертикальная проекция P_A на плоскость (рис. 4).

Обозначим символом $\mathbf{i}_B = (1, 0, 0)^T$ орт собственной оси ролика $O_B x_B$. Этот вектор представлен в системе координат ролика $O_B x_B y_B z_B$. Пусть T_B — матрица поворота ролика относительно инерциальной системы координат $O_A x_A y_A z_A$, связанной с неподвижной плоскостью. Пусть также $\mathbf{r}_B$ — радиус-вектор геометрического центра ролика в текущий момент времени и $\mathbf{n}_A = (0, 1, 0)^T$ — орт нормали (восходящей вертикали) к плоскости. Плоскость условно обозначается нами телом с индексом A , ролик — B . Пусть $\mathbf{d}$ — горизонтальный орт, вычисляемый по формуле

$$\mathbf{d} = \frac{T_B \mathbf{i}_B \times \mathbf{n}_A}{|T_B \mathbf{i}_B \times \mathbf{n}_A|}.$$

Тогда, очевидно, отрезок $\overrightarrow{O_B \bar{O}}$, расположенный в вертикальной плоскости, будет иметь длину R_1 и задаваться формулой

$$\overrightarrow{O_B \bar{O}} = R_1 \mathbf{d} \times T_B \mathbf{i}_B.$$

Здесь O — центр кривизны окружности вертикального сечения ролика (рис. 4). Самая нижняя точка P_B внешней поверхности ролика будет задаваться по формуле

$$\mathbf{r}_{P_B} = \mathbf{r}_B + R_1 \mathbf{d} \times T_B \mathbf{i}_B - R \mathbf{n}_A, \quad (3.2)$$

поскольку точка P_B лежит на упоминавшейся выше окружности на общей вертикали с точкой O . Для вычисления положения точки P_A нужно вторую координату вектора $\mathbf{r}_{P_B}$ положить равной нулю

$$\mathbf{r}_{P_A} = (x_{P_B}, 0, z_{P_B})^T. \quad (3.3)$$

Вся описанная выше вычислительная процедура будет справедлива, только если вектор $T_B \mathbf{i}_B$ имеет направление, ограниченное по вертикали углами $\pm\alpha$. Если соответствующий угол превышает значение α , то следует положить $P_B = B_-$, где B_- — левая концевая точка ролика. Если же этот угол меньше величины $-\alpha$, нужно положить $P_B = B_+$, где B_+ — правая концевая точка ролика.

В конечном итоге условие контактирования ролика и плоскости можно записать в виде

$$|T_B \mathbf{i}_B \cdot \mathbf{n}_A| \leq \sin \alpha. \quad (3.4)$$

Это условие, однако, позволяет из всего множества роликов колеса выделить нижний (контактирующий) и верхний. Чтобы отбросить случай последнего ролика, можно к условию (3.4) присоединить также требование

$$y_B < R, \quad (3.5)$$

где y_B — высота центра ролика относительно инерциальной системы координат.

Таким образом, конъюнкция условий (3.4) и (3.5) означает наличие контакта. В противном случае, при отсутствии контакта, нормальная реакция отсутствует (закон Синьорини). С другой стороны, реализация контакта геометрически означает выполнение скалярного условия

$$y_{P_B} = 0, \quad (3.6)$$

а отсутствие контакта — выполнение также скалярного (альтернативного) условия

$$F_n = 0,$$

где F_n — нормальная составляющая реакции (в данном случае отсутствующей), приложенной в точке P_B .

Вычислительная практика показала, что уравнения контакта в форме (3.6) стабильно приводят к аварийному завершению процесса симуляции динамической модели ролика. Аналогичный результат получается, если в качестве уравнения контактирования использовать уравнение вида

$$v_n = 0,$$

где v_n — нормальная составляющая скорости точки контактирования, лежащей на теле B , относительно тела A (горизонтальной плоскости). И только уравнение вида

$$\dot{v}_n = 0$$

приводит к требуемому результату — корректной работе объекта контактирования (реализованного в данном случае на языке Modelica [11]) в процессе симуляции модели. Заметим, что вся реализация процесса контактирования выполнена в предположении точечного «твёрдого» контакта твёрдых тел без какой-либо податливости.

Для каждого ролика модели омнитежки при контактировании «включается» используемая здесь модель трения. Это «простейший» закон Амонтона – Кулона сухого трения. На самом деле вместо этого нами используется кусочно-линейная аппроксимация точного закона трения [4]. Эта аппроксимация обеспечивает высокую точность вычисления движения тел на больших интервалах времени [8]. Заметим, что и в общем случае реализация модели неудерживающей связи основывается на результатах, обозначенных в работе [4].

4. Модель сборки первого уровня: омниколесо

Процесс сборки виртуального прототипа омнитежки реализуется за два шага: а) сборка виртуального прототипа омниколеса, состоящего из собственно колеса и набора роликов, присоединенных к нему; б) сборка виртуального прототипа экипажа при помощи операции инстанциации (установки объекта класса) объектов класса омниколеса этапа а) в контейнерный класс прототипа экипажа.

Для сборки n роликов колеса (в нашем примере мы для определенности полагаем $n = 4$) мы использовали ранее развитую технику реализации шарнирных связей различных типов [13]. В данном случае используется класс, задающий шарнир, обеспечивающий свободное относительное вращение одного тела (ролика) относительно другого тела (колеса). Одновременно не допускается (поступательное) относительное перемещение тел вдоль оси шарнира. Визуальная модель омниколеса изображена на рисунке 5. Дадим здесь более подробное описание этой модели.

Рис. 5. Визуальная модель омниколеса.

Вначале рассмотрим абстрактную схему информационных коммуникаций для одной, отдельно взятой, механической связи. Эта схема показана на рисунке 6. Здесь A и B — идентификаторы моделей двух твердых тел, взаимодействующих при помощи объекта связи. Общая схема такова: модели динамики тел A и B , содержащие дифференциальные уравнения поступательно-вращательного движения в каждом экземпляре (A и B) класса «твердое тело» при помощи численных интеграторов вырабатывает кинематическую информацию о положении тел, их ориентации, скоростях и ускорениях. Вся эта информация у каждого из тел непрерывно поступает на экспорт из объектов A и B через соответствующий кинематический порт. У объекта тела имеется в точности один кинематический порт.

Рис. 6. Коммуникационная сеть механической связи.

Кинематическую информацию от тел A и B также непрерывно во времени импортирует объект связи через два входных порта (рис. 6) Внутри объекта связи эта информация (соответствующие переменные) «пропускается» через систему уравнений данного конкретного вида механической связи. При этом объект связи «вырабатывает» и экспортирует через свои выходные силовые порты пары вида («сила», «момент») = «силовой мотор». Эта информация через два выходных порта поступает на вход в объекты A и B .

Таким образом, коммуникационная сеть механической связи «замыкается». Набор указанных пар взаимодействующих тел и составляет модель динамики систем тел. В визуальных моделях омниколеса и экипажа легко угадываются такие «элементарные» ячейки взаимодействия тел, на которые наложены механические ограничения (связи). Рассмотрим для определенности механическую систему омниколеса (рис. 5). Но сначала обратим внимание на визуальную модель экипажа (рис. 7). Здесь слева расположен объект базового тела — горизонтального пола. Этот объект не имеет динамики. Имеется только заданная кинематическая информация.

Базовое тело и каждый из роликов омниколеса находятся в контактном взаимодействии. Это взаимодействие реализуется при помощи порта $InPortK$ (рис. 5), три экземпляра которого мы можем видеть на схеме рисунка 7. Здесь реализована неудерживающая связь, обеспечивающая в нашем конкретном случае точный твердотельный контакт поверхности ролика и поверхности пола. Конструкция омниколеса такова, что в каждый данный момент времени имеется только один контакт. Остальные ролики «висят» над полом. При этом механическая связь между полом и «висящим» на ободе колеса роликом не исчезает — алгоритм отслеживания контакта продолжает работать, генерируя в качестве реакций нулевые усилия и моменты.

В случае фактического выполнения контакта помимо нормальной реакции вычисляется также ее касательная составляющая, симулирующая силу трения. Для касательного контактного усилия имеется (как и для нормального) множество различных моделей.

Рис. 7. Визуальная модель омниколеса.

Мы остановились на реализации простейшего случая — модели сухого трения при одноточечном твердотельном контакте. При этом, как известно [8], идеальный «сухой» случай реализовать не удастся. Вместо разрывной функции sign от касательной скорости относительного скольжения контактирующих поверхностей используется ее регуляризованный в нуле вариант. В нашем случае вместо функции знака sign применяется функция линейного насыщения, имеющая в окрестности нуля «крутой» линейный участок. Для таких функций известен результат о близости аппроксимирующего движения и движения, соответствующего «точному» случаю разрывной функции sign [8].

Обращаясь далее к визуальной модели омниколеса, видим, что каждый из роликов соединен с ободом колеса при помощи цилиндрического шарнира (объекты связей $\text{Joint}0, \dots, \text{Joint}3$). Это модели шарниров, которые обеспечивают свободное вращение роликов относительно корпуса колеса.

Кроме описанных объектов, составляющих модель динамики омниколеса, эта модель имеет порты своих внешних связей. Это уже упомянутый выше порт $\text{InPort}K$ связи с базовым телом, а также порты $\text{OutPort}K$ (кинематика), $\text{InPort}F$ (усилия) соединений с шарнирами монтажа колес и корпуса всего экипажа (показаны на визуальной модели экипажа на рисунке 7). Заметим здесь же, что каждый из объектов визуальной модели имеет набор соответствующих уравнений (дифференциальных и/или алгебраических), порожденных из класса данного объекта.

В процессе отладки модели рассматривались автономные движения отдельного омниколеса. Наибольший интерес представляет сборочный уровень всего экипажа (рис. 2). Соединительные устройства были также реализованы как объекты того же самого шарнирного класса из шага а). Эти шарниры соединяют корпус экипажа и каждое из колес.

Все упомянутые шарниры «разрешают» относительное вращение без какого-либо сопротивления и одновременно блокируют скольжение вдоль оси шарнира. Визуальная модель экипажа показана на рисунке 7. Здесь для наглядности объекты показаны в виде скалярных элементов. На самом деле при произвольном n и произвольном числе и расположении колес следует использовать массивы объектов класса «ролик» и класса «омниколесо».

Заметим, что перед началом процесса редукции индекса системы дифференциально-алгебраических уравнений полной модели экипажа, реализованного в программном обеспечении лаборатории динамического моделирования Dymola [10], эта модель состоит из следующих элементов: а) твердого тела платформы омнитележки, б) трех твердых тел — моделей омниколес, в) двенадцати твердых тел роликов, размещенных на колесах. В соответствии, например, с [13] для каждого объекта, моделирующего твердое тело, реализуются шесть обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) Ньютона для движения центра масс тела плюс семь ОДУ Эйлера для вращательного движения тела вокруг центра масс. В последнем случае имеется четыре кинематических уравнения Эйлера для кватерниона ориентации тела плюс три динамических уравнения Эйлера для вектора угловой скорости твердого тела. В результате полная модель экипажа задается системой ОДУ порядка $16 \cdot 13 = 208$. Кроме этого, объекты механических связей могут генерировать дополнительные дифференциальные уравнения.

Колеса, собранные в экипаж, с неизбежностью будут сохранять вертикальное положение, поэтому упрощенный алгоритм отслеживания контакта, описанный выше, всегда будет работать правильно. Численные эксперименты проводились для различных режимов движения экипажа: а) чисто поступательного — движения корпуса (рис. 8) вправо, б) чисто вращательного — вращения корпуса вокруг вертикальной оси, проходящей через центр корпуса экипажа.

Рис. 8. Типы движения при верификации модели.

Испытания проводились, в частности, и для случая, когда относительная суммарная масса роликов приближается к нулю. В этом случае оказалось, что движения экипажа и омниколес неограниченно приближаются к соответствующим функциям решения задачи Коши, получаемым в силу дифференциальных уравнений движения, используемых в работе [1], где динамика роликов не учитывается.

Эволюция процесса контактирования для отдельного катящегося омниколеса показана на рисунке 9, где представлены зависимости функций расстояний h (фактически — высот) между горизонтальной плоскостью (полом) и роликами одного и того же колеса, находящимися в разных фазах (перед контактом, в контакте, после контакта). Функция

Рис. 9. Процесс замещения роликов в контакте.

высоты отдельного ролика помечена номером этого ролика. В увеличенном масштабе показан момент безударного гладкого переключения поверхностей контактирования роликов и горизонтальной плоскости.

Одновременно можно наблюдать точность соблюдения неудерживающей связи (рис. 10). Здесь обнаруживается процесс постепенного «расползания» вычислительной ошибки — расстояние между контактирующими телами медленно, для каждого последующего ролика в контакте, увеличивается. Однако абсолютная величина ошибки остается пренебрежимо малой — около 10^{-7} от единицы длины.

Рис. 10. Точность сохранения неудерживающей связи.

5. Выводы

В итоге построение виртуального прототипа (компьютерной модели) омнитележки позволило получить следующие результаты:

1. существует возможность гладкого безударного переключения роликов в контакте в процессе качения/скольжения омниколеса;
2. реализован упрощенный (и эффективный) алгоритм отслеживания контакта ролика и горизонтальной плоскости;
3. выполнена верификация динамической модели омнитележки с использованием модели, рассмотренной в работе [1], в качестве предельного случая (когда суммарная масса роликов равна нулю).

References

- [1] Borisov A. V., Kilin A. A., Mamaev I. S. An omni-wheel vehicle on a plane and a sphere, *Nelin. Dinam.*, 2011, vol. 7, no. 4, pp. 785–801 (Russian).
- [2] Zobova A. A., Tatarinov Ya. V. The dynamics of an omni-mobile vehicle, *J. Appl. Math. Mech.*, 2009, vol. 73, no. 1, pp. 8–15; see also: *Prikl. Mat. Mekh.*, 2009, vol. 73, no. 1, pp. 13–22.
- [3] Kosenko I. I. Integration of the equations of a rotational motion of a rigid body in quaternion algebra: The Euler case, *J. Appl. Math. Mech.*, 1998, vol. 62, no. 2, pp. 193–200; see also: *Prikl. Mat. Mekh.*, 1998, vol. 62, no. 2, pp. 206–214.
- [4] Kosenko I. I. Implementation of computer model for the unilateral multibody systems dynamics, *Matem. Mod.*, 2006, vol. 18, no. 12, pp. 95–106 (Russian).
- [5] Kosenko I. I., Aleksandrov E. B. Implementation of the Contensou–Erismann model for tangent forces in the Hertz contact problem, *Nelin. Dinam.*, 2009, vol. 5, no. 4, pp. 499–517 (Russian).
- [6] Kosenko I. I., Gusev I. K. Computer model of the spur involute gear mesh dynamics in gearboxes, *Nelin. Dinam.*, 2012, vol. 8, no. 4, pp. 713–734 (Russian).
- [7] *Modelling and virtual prototyping: Tutorial*, I. I. Kosenko (Ed.), Moscow: Alpha-M, INFRA-M, 2012 (Russian).
- [8] Novozhilov I. V. *Fractional analysis: Methods of motion decomposition*, Basel: Birkhäuser, 1997.
- [9] Campion G., Bastin G., d’Andréa-Novel B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots, *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1996, vol. 12, no. 1, pp. 47–62.
- [10] <http://www.3ds.com/products-services/catia/products/dymola>
- [11] Fritzson P. *Principles of object-oriented modeling and simulation with Modelica 2.1*, Piscataway, N.J.: IEEE Press, 2004.
- [12] Kálmán V. Controlled braking for omnidirectional wheels, *Int. J. Control Sci. Eng.*, 2013, vol. 3, no. 2, pp. 48–57.
- [13] Kosenko I. I. Physically oriented approach to construct multibody system dynamics models using Modelica language, in *Multibody Dynamics 2007: An ECCOMAS Thematic Conference (Politecnico di Milano, Milano, Italy, June 25–28, 2007)*, 20 pp.
- [14] Tobolář J., Herrmann F., Bunte T. Object-oriented modelling and control of vehicles with omni-directional wheels, in *Computational Mechanics 2009 (Hrad Nečtiny, Czech Republic, November 9–11, 2009)*, 2 pp.

Physically oriented simulation of the omnivehicle dynamics

Ivan I. Kosenko¹, Kirill V. Gerasimov²

¹Moscow Aviation Institute (National Research University), Volokolamskoe shosse 4, 125993, Moscow, Russia

²Lomonosov Moscow State University, GSP-1, 1-52, Leninskie gory, 119991, Moscow, Russia

¹kosenko@ccas.ru, ²kiriger@gmail.com

The omniwheel is defined as a wheel having rollers along its rim. Accordingly, the omnivehicle is a vehicle equipped with omniwheels. Several steps of development of the dynamical model of the omni vehicle multibody system are implemented. Initially, the dynamics of the free roller moving in a field of gravity and having a unilateral rigid contact constraint with a horizontal surface is modeled. It turned out that a simplified and efficient algorithm for contact tracking is possible. On the next stage the omniwheel model is implemented. After that the whole vehicle model is assembled as a container class having arrays of objects as instantiated classes/models of omniwheels and joints. The dynamical properties of the resulting model are illustrated via numerical experiments.

MSC 2010: 00A71, 68U20, 70E18, 70E55, 74H15, 74M10, 74M15, 74M20

Keywords: omniwheel, contact tracking algorithm, unilateral constraint, contact detection, friction model, object-oriented modeling

Received February 12, 2016, accepted May 21, 2016

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2016, vol. 12, no. 2, pp. 251–262 (Russian)