ОРИГИНАЛЬНЫЕ СТАТЬИ

УДК: 53.043
MSC 2010: 34F05

Уединенные состояния в 2D-решетке бистабильных элементов при глобальном и близком к глобальному характеру взаимодействия

И. А. Шепелев, Т. Е. Вадивасова

В работе исследуется пространственно-временная динамика двумерной решетки кубических отображений с нелокальными связями. Обнаружены различные виды химерных структур, а также малоисследованный тип структур — уединенные состояния. Показано, что уединенные состояния типичны для большого радиуса связи. С переходом к глобальному взаимодействию вероятность обнаружить такой режим возрастает, в то время как химерные структуры перестают наблюдаться.

Ключевые слова: ансамбль осцилляторов, 2D-решетка, нелокальное взаимодействие, глобальное взаимодействие, пространственная структура, химера, уединенное состояние

Введение

Формирование различных структур в ансамблях нелинейных осцилляторов неизменно привлекает внимание исследователей в течение многих лет. Изучение законов формирования таких структур представляет собой одну из важнейших задач в области нелинейных процессов. Взаимодействие даже достаточно простых нелинейных элементов может порождать множество различных типов пространственно-временной динамики, таких как

Получено 28 февраля 2017 года
После доработки 19 мая 2017 года

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках государственного задания (код проекта 3.8616.2017/БЧ).

Шепелев Игорь Александрович
igor_sar@li.ru
Вадивасова Татьяна Евгеньевна
vadivasovate@yandex.ru

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
410012, Россия, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

кластерная синхронизация, пространственная перемежаемость, стационарные регулярные и нерегулярные пространственные структуры, различные типы волновых структур. Описание этих явлений можно найти в ряде монографий, например в [3, 9, 16, 20, 23, 25, 26, 32, 34] и др. В последнее время был обнаружен и интенсивно исследовался новый тип структур — химерные структуры [1, 2, 4, 6, 12, 17, 22, 27–31, 33, 36, 41–43, 45]. Химерные состояния были получены также в экспериментальных работах [10, 15, 24, 35, 39, 40].

Химеры представляют собой пространственно-временные структуры, состоящие из кластеров с когерентной и некогерентной динамикой. По-видимому, они являются частным случаем эффекта кластерной синхронизации. Элементы когерентного кластера имеют схожие мгновенные состояния и ведут себя согласованно, в то время как элементы из некогерентного кластера ведут себя почти независимо от соседних элементов и образуют область пространственного хаоса с определенными границами. Химерные режимы могут возникать в системах с элементами, обладающими как регулярной, так и хаотической динамикой, при этом образование химер наиболее типично для ансамблей с нелокальным взаимодействием элементов, когда каждый элемент ансамбля связан с некоторым фиксированным числом соседей. Однако в некоторых случаях химеры могут формироваться в ансамблях с глобальным взаимодействием [7, 35, 37, 44], а также в ансамблях с локальной связью [8, 19, 38].

Кроме химерных структур в ансамблях с нелокальным взаимодействием недавно был обнаружен новый тип структур, названных уединенными состояниями (solitary states) [11, 12, 21]. В отличие от химер, здесь нельзя выделить целого кластера элементов, отличающихся по своему поведению от остальных. Выделяются только отдельно взятые осцилляторы, находящиеся в особом, отличном от всех остальных состоянии, поэтому данная структура и получила название «уединенное состояние». Уединенные состояния изучены еще сравнительно мало. По-видимому, для их формирования важен нелокальный характер связи. Так, в работах [11, 21] уединенные состояния были обнаружены в ансамблях с глобальным взаимодействием, а в работе [12] — в ансамбле с нелокальной связью конечного радиуса. Для ансамблей с локальным взаимодействием такие структуры пока не наблюдались. Уединенные состояния часто соседствуют с химерами: например, в [12] отмечался сценарий формирования химеры через эволюцию режима уединенных состояний.

В данной работе исследуется двумерная решетка кубических отображений с нелокальной связью. Показано, что в ней могут формироваться как различные химерные структуры, так и уединенные состояния. Цель работы состоит в исследовании влияния на данные структуры радиуса связи, включая переход от связи, близкой к глобальной, к строго глобальному взаимодействию.

1. Исследуемая система

В работе исследуется двумерная решетка нелокально связанных кубических отображений, задаваемая следующей системой уравнений:

$$x_{i,j}(n+1) = f(x_{i,j}(n)) + \frac{\sigma}{B} \sum_{\substack{k=i-R \\ p=j-R}}^{i+R, j+R} (f(x_{k,p}(n)) - f(x_{i,j}(n))), \quad i, j = 1, \dots, N,$$

$$f(x) = (\alpha x - x^3) \exp \left[-\frac{x^2}{\beta} \right], \quad B = (1 + 2R)^2 - 1, \quad (1.1)$$

$$x_{i+N,j}(n) = x_{i,j}(n), \quad x_{i,j+N}(n) = x_{i,j}(n).$$

Рис. 1. Иллюстрация структуры связей элементов решетки.

Здесь индексы i и j задают положение элемента в решетке и могут рассматриваться как дискретные пространственные координаты (X и Y), $n = 0, 1, 2, \dots$, — момент времени. Функция $f(x)$ определяет динамику отдельного отображения и зависит от параметров α и β . Размер исследуемой системы есть N^2 , где N — число элементов в одном направлении (вдоль оси X или Y). В данной работе рассматривается ансамбль (1.1) размером $N^2 = 100 \times 100$ элементов. Граничные условия являются периодическими по обоим направлениям. Взаимодействие элементов носит нелокальный характер. Каждый элемент решетки связан со всеми соседями, попадающими в квадрат с ребром $2R + 1$, в центре которого расположен данный элемент (см. рис. 1). Таким образом, $B = (2R + 1)^2 - 1$ — это общее число связей для каждого элемента. Сила связи управляется параметром σ . В многомерных ансамблях часто рассматривается связь каждого элемента со всеми элементами, попадающими в сферу с заданным радиусом R (см., например, [10, 22, 29]). В этом случае величину R , нормированную на полное число элементов, принято называть радиусом связи. Замена окружности на квадрат, как показывают результаты численных экспериментов, не принципиальна, и все характерные для системы режимы сохраняются. При этом алгоритм расчетов существенно упрощается, что дает заметное ускорение вычислений. Несмотря на то, что в нашем случае R есть половина ребра квадрата, будем для удобства использовать привычный термин и называть нормированную величину $r = R/N$ радиусом связи.

Значения параметров кубического отображения α и β выбирались соответствующими режиму развитого хаоса в элементах решетки в отсутствие связи. При фиксированном значении параметра $\beta = 10$ и изменении величины α кубическое отображение демонстрирует различные динамические режимы. При $\alpha < 2.1$ имеются две устойчивые неподвижные точки отображения, с ростом α каждая из них демонстрирует каскад удвоений периода, приводящий к образованию двух симметричных относительно $x = 0$ хаотических аттракторов. При $\alpha < 2.84$ отображение является бистабильным. Значения x_{n+1} находятся только в положительной или только в отрицательной области в зависимости от выбора начального условия. Будем, для краткости, называть эти области положительной и отрицательной ямками, по аналогии с осциллятором, имеющим двухъямную потенциальную функцию. Значение параметра $\alpha_{cr} = 2.84$ является бифуркационным и соответствует объединению хаотических аттракторов. При $\alpha > \alpha_{cr}$ точки любой траектории принадлежат единому хаотическому аттрактору и попадают в обе ямки (режим моностабильности).

При исследовании динамики решетки (1.1) качестве начального состояния решетки при $t = 0$ во всех проведенных расчетах была использована одна и та же реализация множества независимых случайных величин $x_{i,j}$, $i, j = 1, \dots, N$, имеющих равномерное распределение в интервале $[0; 1]$, то есть все элементы ансамбля в начальный момент находились в разных положениях, но в пределах одной ямки. Такой выбор дает возможность при вариации параметров наблюдать эффект усложнения пространственной структуры, состоящий в спонтанном переходе от «одноямной структуры» с элементами в пределах одной ямки, к «двухъямной структуре», с элементами, распределенными между двумя ямками.

В рамках данной работы рассматриваются характерные режимы решетки (1.1) при больших радиусах связи, когда нелокальная связь становится близкой к глобальной, а также при строго глобальном взаимодействии.

2. Общая характеристика поведения решетки

В цепочках и решетках хаотических осцилляторов (включая отображения последования) при изменении параметра связи наблюдается переход от некогерентного (несинхронного) пространственно-временного хаоса при слабом взаимодействии к полной хаотической синхронизации всех элементов при сильной связи. В области промежуточных значений связи характер динамики элементов ансамбля во времени меняется, а в пространстве могут возникать различные структуры, связанные с эффектами кластерной синхронизации и пространственной перемежаемости (см., например, [5, 13, 14, 18, 26, 32]). В ансамблях хаотических осцилляторов с нелокальным взаимодействием переход «когерентный хаос – некогерентный хаос» сопровождается возникновением химерных структур [4, 6, 27, 29, 36, 41].

Влияние параметра связи на динамику элементов во времени имеет простое объяснение (см. [4]). Действительно, при очень сильной связи в режиме полной синхронизации колебания взаимодействующих осцилляторов идентичны, слагаемое в уравнении, учитывающее связь, исчезает. Динамика всей системы во времени аналогична динамике отдельного элемента при выбранных параметрах. При очень слабой связи элементы ансамбля мало влияют друг на друга, их поведение во времени также будет близко к поведению отдельно взятого элемента, но, в отличие от сильной связи, хаотические колебания элементов будут несогласованными (пространственно-некогерентный хаос). Между этими двумя предельными случаями эффективное значение параметра, отвечающего за динамику осцилляторов во времени, изменяется в зависимости от силы связи. Элементы ансамбля могут перейти из режима развитого хаоса в слабохаотический режим или даже в режим регулярной динамики. При этом поведение различных групп осцилляторов может существенно различаться по своим фазовым и амплитудным характеристикам, что приводит к формированию кластеров.

Параметры $\alpha = 3.0$ и $\beta = 10$ в исследуемом ансамбле (1.1) соответствуют случаю, когда отдельное взятое кубическое отображение находится в режиме двухъямной хаотической динамики, то есть хаотические колебания, вне зависимости от начального состояния, происходят как в отрицательной, так и в положительной ямках. Такое поведение наблюдается как в области полной синхронизации при сильной связи, так и в области пространственно-некогерентного хаоса при слабой связи. В области умеренной связи возможны режимы одноямных хаотических и регулярных колебаний элементов ансамбля во времени, а также состояния равновесия, когда колебания отсутствуют. При этом в пространстве все элементы могут находиться как в одной и той же ямке (одноямные пространственные структуры), так и в разных ямках (двухъямные пространственные структуры). По характеру мгновенного

пространственного распределения состояний элементов решетки (мгновенного пространственного профиля) можно выделить пространственно-однородные структуры, регулярные структуры, нерегулярные (пространственно-некогерентные) структуры, химерные структуры и уединенные состояния.

Далее рассмотрим примеры характерных структур, наблюдаемые в решетке (1.1) при большом радиусе связи, когда нелокальная связь становится близкой к глобальной, а также в случае строго глобальной связи.

3. Характерные режимы решетки при нелокальной связи связи, близкой к глобальной

Необходимо отметить, что при больших радиусах связи ($r \lesssim 0.5$) система становится очень чувствительна ко всем управляющим параметрам и даже при слабом изменении параметра связи σ можно наблюдать резкое изменение поведения решетки. Эта особенность сильно затрудняет задачу построения карты режимов на плоскости управляющих параметров. Действительно, любая область значений параметра связи σ для больших радиусов связи r является областью сосуществования целой группы характерных режимов, сложным образом чередующихся при изменении σ и заданных начальных условиях. Рассмотрим наиболее типичные режимы, наблюдаемые при фиксированном радиусе связи $r = 0.47$ и различной силе связи σ в области умеренных значений.

3.1. Химеры и химероподобные структуры

При различных значениях σ с одних и тех же описанных выше начальных условий в решетке (1.1) могут устанавливаться разные химерные структуры. На рисунке 2 показан режим одноямной химеры со слабохаотической динамикой, близкой к циклу с периодом 3 итерации. Все элементы решетки колеблются в пределах только одной ямки (отрицательной), никогда не перескакивая в соседнюю. При этом мгновенный пространственный профиль (левый фрагмент и правый верхний фрагмент рисунка 2) имеет вид, типичный для химерной структуры. Можно выделить регулярные кластеры, элементы которых ведут себя согласованно, и некогерентные кластеры, для которых характерно нерегулярное распределение состояний элементов в пространстве. На срезе мгновенного состояния решетки (рис. 2, правый верхний фрагмент) хорошо видно, что мгновенные состояния всех элементов соответствуют двум значениям переменных $x_{i,j}$. Все элементы с одинаковыми мгновенными состояниями совершают одинаковые колебания во времени, при этом колебания элементов, имеющих разные мгновенные состояния, происходят в одной фазе, но существенно различны по амплитуде. Это хорошо видно на рисунке 2 (правый нижний фрагмент). Данная химерная структура отличается от амплитудных и фазовых химер, ранее обнаруженных в ансамблях хаотических осцилляторов [4, 6, 27, 29]. Можно предположить, что образование таких структур является следствием почти глобального взаимодействия.

С ростом σ при тех же начальных условиях можно наблюдать двухъямные химерные структуры. Элементы решетки в один момент времени распределены между различными ямками, однако их динамика во времени остается одноямной. Каждый элемент колеблется исключительно в одной из ямок и никогда не попадает в другую. При этом динамика самих элементов, как правило, является регулярной. Двухъямные химерные структуры могут соответствовать периодическим колебаниям, а могут быть неподвижными и представлять собой особый вид стационарных нерегулярных структур, существующих в ансамблях

Рис. 2. Режим одноямной фазовой химеры в решетке (1.1). Слева — трехмерный мгновенный снимок состояния решетки, справа — мгновенный пространственный срез $x_{i,j}(j)$ при фиксированном $i = 0$ (сверху) и реализация колебаний во времени $x_{i,j}(n)$ для двух соседних элементов с координатами $(i = 0, j = 25)$ и $(i = 0, j = 26)$ (снизу). Параметры: $\alpha = 3.0$, $\beta = 10$, $r = 0.47$ и $\sigma = 0.479$.^a

бистабильных систем [26]. Пример неподвижной двухъямной химерной структуры в (1.1) представлен на рисунке 3. На мгновенном пространственном профиле хорошо видны когерентные кластеры, находящиеся как в положительной, так и в отрицательной ямках, а также некогерентные кластеры с нерегулярным распределением элементов между ямками (правый фрагмент и левый верхний фрагмент рисунка 3). При этом все элементы решетки остаются неподвижными во времени (левый нижний фрагмент рисунка).

Как уже отмечалось, при больших значениях силы связи система переходит в режим полной хаотической синхронизации. В этом режиме при выбранных значениях параметров α и β все элементы решетки совершают полностью идентичные хаотические колебания с переходами из ямки в ямку. Полной синхронизации предшествует синхронизация хаотических переключений, когда хаотические колебания различных элементов решетки в пределах одной ямки не совпадают, но переключения из ямки в ямку происходят одновременно. Такому режиму частичной синхронизации может соответствовать различный характер мгновенного пространственного профиля. Если радиус связи не слишком велик, то более типичен гладкий пространственный профиль. При больших радиусах связи в этом режиме возникают профили со значительной пространственной некогерентностью. При этом возможно образование одноямных химероподобных структур в режиме развитого хаоса с синхронными переключениями всех элементов. В пределах одной ямки можно выделить группы элементов с близкими мгновенными состояниями, тогда как состояния других элементов существенно различаются. Эти структуры похожи на описанную выше одноямную химеру с почти периодической динамикой (рис. 2). Однако когерентные кластеры здесь невелики и кластерная структура в целом выражена недостаточно четко. Пример химероподобной структуры в режиме синхронных хаотических переключений между ямками показан на ри-

^aДля читателя печатной версии: здесь и далее полноцветные версии рисунков см. в эл. версии статьи — <http://nd.ics.org.ru/nd1703002/>

Рис. 3. Режим двухъямной химерной структуры. Слева — трехмерный мгновенный снимок состояния решетки, справа — мгновенный пространственный срез $x_{i,j}(i)$ при фиксированном $j = 50$ (сверху) и реализация колебаний во времени $x_{i,j}(n)$ для элемента с координатами $(i = 56, j = 50)$ (снизу). Параметры: $\alpha = 3.0$, $\beta = 10$, $r = 0.47$ и $\sigma = 0.481$.

Рис. 4. Режим одноямной химероподобной структуры при синхронизации хаотических переключений элементов во времени. Слева — трехмерный мгновенный снимок состояния решетки, справа — мгновенный пространственный срез $x_{i,j}(j)$ при фиксированном $i = 30$ (сверху) и реализация колебаний во времени $x_{i,j}(n)$ для элемента с координатами $(i = 30, j = 50)$ (снизу). Параметры: $\alpha = 3.0$, $\beta = 10$, $r = 0.47$, $\sigma = 0.497$.

сунке 4. Из приведенных графиков видно, что пространственная структура является одноямной и достаточно сложной. Можно выделить несколько групп элементов с одинаковыми состояниями, тогда как остальная часть элементов решетки распределена в пространстве хаотично. Колебания всех элементов во времени соответствуют развитому хаосу с переключе-

чениями между ямками. Таким образом, в двумерной решетке кубических отображений при взаимодействии элементов, близком к глобальному, существует большое разнообразие стационарных пространственных структур, включая химерные структуры различных типов. Все эти режимы наблюдаются в ограниченном интервале значений силы связи и характеризуются сложной конфигурацией областей существования и бассейнов притяжения.

3.2. Уединенные состояния

Как уже говорилось, уединенные состояния представляют особый тип пространственной структуры, обнаруженный в некоторых ансамблях с нелокальным и глобальным взаимодействием [11, 12, 21]. Элементы ансамблей, исследованных в отмеченных работах, представляли собой либо фазовые осцилляторы [21], либо осцилляторы типа нелинейного маятника [11, 12]. В ансамблях нелокально связанных хаотических систем с фейгенбаумовским сценарием развития хаоса, таких как логистические отображения или осцилляторы Рёсслера, уединенные состояния ранее не были зафиксированы.

Как показали проведенные расчеты, в исследуемой решетке отображений (1.1) существуют режимы уединенных состояний. Они наблюдаются при большом радиусе связи, когда нелокальная связь становится близка по своим свойствам к глобальной. Пример такого режима при $r = 0.47$ показан на рисунке 5. Этот режим очень похож на полную синхронизацию, однако имеется существенное отличие. Хотя абсолютное большинство элементов решетки одновременно находятся в одном и том же состоянии, имеются отдельные элементы, демонстрирующие состояния, сильно отличающиеся от состояния большинства (выбросы). Во времени имеют место периодические переключения элементов между ямками. Подавляющее большинство элементов находится в одном и том же состоянии и переключается синфазно: на каждой итерации почти вся решетка целиком переходит из одной ямки в другую, причем новое состояние представляет собой зеркальное отражение состоя-

Рис. 5. Режим уединенных состояний. Слева — трехмерный мгновенный снимок состояния решетки, справа — мгновенный пространственный срез $x_{i,j}(i)$ при фиксированном $j = 51$ (сверху) и реализация колебаний во времени $x_{i,j}(n)$ для элемента с координатами ($i = 30, j = 51$) (снизу). Параметры: $\alpha = 3.0, \beta = 10, r = 0.47, \sigma = 0.528$.

ния на предыдущей итерации. Однако при этом имеются отдельные осцилляторы, которые ведут себя иначе. Все они находятся в одном и том же неподвижном состоянии, отличном от двух периодически меняющихся состояний, в которых находится большинство элементов решетки. Соответственно, на каждой итерации на фоне общего состояния решетки можно видеть отдельные выбросы. При изменении состояния решетки на следующей итерации направление выбросов меняется на противоположное. Надо отметить, что данный режим является достаточно редким явлением. Он наблюдается только при очень больших радиусах связи (при $\sigma \geq 0.46$), причем с ростом радиуса связи вероятность реализации такого режима значительно увеличивается. Таким образом, важной особенностью поведения решетки кубических отображений при взаимодействии, близком к глобальному, является существование не только химерных структур, но и режимов уединенных состояний. Эти режимы не характерны для ограниченного числа связей элементов решетки и быстро исчезают с уменьшением радиуса связи.

4. Переход к глобальной связи

При переходе к глобальной связи ($r = 0.5$) режим уединенных состояний реализуется достаточно часто, являясь одним из наиболее характерных режимов вблизи области полной хаотической синхронизации. Пример такого режима при глобальной связи приведен на рисунке 6. Качественно он эквивалентен режиму уединенных состояний при нелокальной связи с большим радиусом взаимодействия (см. рис. 5).

При глобальной связи поведение решетки в целом не претерпевает особых изменений. С ростом параметра связи наблюдается переход от несинхронного хаоса в режим полной хаотической синхронизации, сопровождающийся в некоторой области значений силы связи сильной чувствительностью к начальным условиям и силе связи. Однако имеется одно су-

Рис. 6. Режим уединенных состояний. Слева — трехмерный мгновенный снимок состояния решетки, справа — мгновенный пространственный срез $x_{i,j}(i)$ при фиксированном $j = 51$ (сверху) и реализация колебаний во времени $x_{i,j}(n)$ для элемента с координатами ($i = 30, j = 51$) (снизу). Параметры: $\alpha = 3.0, \beta = 10, r = 0.5, \sigma = 0.4915$.

Рис. 7. Доля различных режимов, наблюдаемых при силе связи $\sigma \in [0.47, 0.53]$ в решетке (1.1) с почти глобальной связью $r = 0.47$ (a) и строго глобальной связью $r = 0.5$ (b). Параметры элементов решетки: $\alpha = 3.0$, $\beta = 10$.

ущественное отличие исследуемой решетки со строго глобальной связью от той же решетки со связью, близкой к глобальной. Это отличие заключается в отсутствии химерных структур. Как и в случае одноямной пространственной структуры, для двухъямной структуры можно наблюдать пространственную некогерентность, проявляющуюся в хаотическом распределении элементов между ямками без образования когерентных кластеров.

На рисунке 7 приведены диаграммы, позволяющие сравнить типичность различных режимов в промежуточной области между пространственно-временным (несинхронным) хаосом и полной хаотической синхронизацией для решетки (1.1) со связью, близкой к глобальной, и со строго глобальным взаимодействием. При построении диаграмм рассматривалась относительная доля различных установившихся режимов, реализующихся при одних и тех же случайных начальных условиях для 200 значений параметра связи σ в интервале $\sigma \in [0.47, 0.53]$. Диаграммы отражают исчезновение химер и рост относительной доли уединенных состояний и стационарных пространственно-некогерентных структур с переходом к полностью глобальному взаимодействию.

Проведенные расчеты показывают, что глобальный характер взаимодействия препятствует возникновению химерных структур в решетке хаотических кубических отображений. При приближении радиуса связи к значению $r = 0.5$ (что соответствует глобальной связи) все типы химерных структур исчезают, а относительное количество режимов уединенных состояний заметно возрастает.

Заключение

В работе проведено численное исследование динамики двумерной решетки хаотических кубических отображений в случае почти глобальной и строго глобальной связи между элементами. В отсутствие взаимодействия элементы решетки находились в режиме развитого хаоса, возникающего в результате объединения двух симметричных хаотических аттракторов. Были выявлены особенности перехода от пространственно-некогерентного хаоса к полной хаотической синхронизации.

Показано, что в области перехода к полной синхронизации при связи, близкой к глобальной, наблюдаются несколько видов химерных структур. Можно выделить химеры, для которых все элементы находятся в состояниях с только положительными или только отрицательными значениями переменных (однотипные химеры), и химеры, для которых элементы распределены по состояниям с разными знаками (двухтипные химеры). Динамика во времени для различных химерных состояний также различна. Динамика может быть как хаотической, так и периодической, может быть ограничена пределами только положительных или только отрицательных значений переменных, а может соответствовать синхронизованным переключениям между положительными и отрицательными значениями (между ямками). Также были получены новые виды химер, временная динамика которых близка к динамике системы в случае полной хаотической синхронизации. Наличие химер, судя по всему, связано с большой величиной радиуса связи.

Кроме химерных структур, в исследуемой решетке были обнаружены так называемые уединенные состояния. Этот режим близок к полной хаотической синхронизации, однако отдельные элементы ансамбля ведут себя некогерентно. Ранее уединенные состояния были обнаружены в некоторых ансамблях фазовых осцилляторов, но в ансамблях хаотических систем еще не встречались. В рассматриваемой решетке хаотических отображений уединенные состояния характерны для почти глобальной и глобальной связи. Динамика элементов решетки во времени при данном режиме является периодической.

Были исследованы изменения в поведении решетки при переходе от почти глобальной связи к строго глобальному взаимодействию. Результаты свидетельствуют об исчезновении химер в системе с глобальной связью и увеличении доли уединенных состояний.

References

- [1] Abrams D. M., Mirollo R., Strogatz S. H., Wiley D. A. Solvable model for chimera states of coupled oscillators, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, vol. 101, no. 8, 084103, 4 pp.
- [2] Abrams D. M., Strogatz S. H. Chimera states for coupled oscillators, *Phys. Rev. Lett.*, 2004, vol. 93, no. 17, 174102, 4 pp.
- [3] Afraimovich V. S., Nekorkin V. I., Osipov G. V., Shalfeev V. D. *Stability, structures and chaos in nonlinear synchronization networks*, World Sci. Ser. Nonlinear Sci. Ser. A Monogr. Treatises, vol. 6, River Edge, N.J.: World Sci., 1994.
- [4] Bogomolov S. A., Slepnev A. V., Strelkova G. I., Schöll E., Anishchenko V. S. Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 2016, vol. 43, pp. 25–36.
- [5] Belykh V. N., Belykh I. V., Mosekilde E. Cluster synchronization modes in an ensemble of coupled chaotic oscillators, *Phys. Rev. E*, 2001, vol. 63, no. 3, 036216, 4 pp.
- [6] Bogomolov S. A., Strelkova G. I., Schöll E., Anishchenko V. S. Amplitude and phase chimeras in an ensemble of chaotic oscillators, *Tech. Phys. Lett.*, 2016, vol. 42, no. 7, pp. 765–768; see also: *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.*, 2016, vol. 42, no. 14, pp. 103–110.
- [7] Böhm F., Zakharova A., Schöll E., Lüdge K. Amplitude-phase coupling drives chimera states in globally coupled laser networks, *Phys. Rev. E*, 2015, vol. 91, no. 4, 040901, 6 pp.
- [8] Clerc M. G., Coulibaly S., Ferré M. A., García-Ñustes M. A., Rojas R. G. Chimera-type states induced by local coupling, *Phys. Rev. E*, 2015, vol. 93, no. 5, 052204, 5 pp.
- [9] Epstein I. R., Pojman J. A. *An introduction to nonlinear chemical dynamics: Oscillations, waves, patterns, and chaos*, New York: Oxford Univ. Press, 1998.
- [10] Hagerstrom A. M., Murphy Th. E., Roy R., Hövel Ph., Omelchenko I., Schöll E. Experimental observation of chimeras in coupled-map lattices, *Nature Phys.*, 2012, vol. 8, no. 9, pp. 658–661.

- [11] Hizanidis J., Lazarides N., Neofotistos G., Tsironis G.P. Chimera states and synchronization in magnetically driven SQUID metamaterials, *Eur. Phys. J. Special Topics*, 2016, vol. 225, nos. 6–7, pp. 1231–1243.
- [12] Jaros P., Maistrenko Yu., Kapitaniak T. Chimera states on the route from coherence to rotating waves, *Phys. Rev. E*, 2015, vol. 91, no. 2, 022907, 5 pp.
- [13] Kaneko K. Pattern dynamics in spatiotemporal chaos: Pattern selection, diffusion of defect and pattern competition intermittency, *Phys. D*, 1989, vol. 34, nos. 1–2, pp. 1–41.
- [14] Kaneko K. Clustering, coding, switching, hierarchical ordering, and control in a network of chaotic elements, *Phys. D*, 1990, vol. 41, no. 2, pp. 137–172.
- [15] Kapitaniak T., Kuzma P., Wojewoda J., Czolczynski K., Maistrenko Yu. Imperfect chimera states for coupled pendula, *Sci. Rep.*, 2014, vol. 4, Art. 6379, 4 pp.
- [16] Kuramoto Y. *Chemical oscillations, waves, and turbulence*, Springer Series in Synergetics, vol. 19, Berlin: Springer, 1984.
- [17] Kuramoto Y., Battogtokh D. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators, *Nonl. Phen. Compl. Sys.*, 2002, vol. 5, no. 4, pp. 380–385.
- [18] Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P. Critical dynamics of coupled map lattices at the onset of chaos, *Radiophys. Quantum El.*, 1991, vol. 34, nos. 10–12, pp. 845–868; see also: *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofizika*, 1991, vol. 34, nos. 10–12, pp. 1079–1115.
- [19] Laing C.R. Chimera in networks with purely local coupling, *Phys. Rev. E*, 2015, vol. 92, no. 5, 050904, 5 pp.
- [20] Landa P.S. *Nonlinear oscillations and waves in dynamical systems*, Math. Appl., vol. 360, Dordrecht: Springer, 2013.
- [21] Maistrenko Yu., Penkovsky B., Rosenblum M. Solitary state at the edge of synchrony in ensembles with attractive and repulsive interaction, *Phys. Rev. E*, 2014, vol. 89, no. 6, 060901, 5 pp.
- [22] Maistrenko Yu., Sudakov O., Osiv O., Maistrenko V. Chimera states in three dimensions, *New J. Phys.*, 2015, vol. 17, no. 7, 073037.
- [23] Malchow H., Petrovskii S.V., Venturino E. *Spatiotemporal patterns in ecology and epidemiology: Theory, models, and simulation*, London: Chapman and Hall/CRC, 2007.
- [24] Martens E.A., Thutupalli S., Fourrière A., Hallatschek O. Chimera states in mechanical oscillator networks, *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 2013, vol. 110, no. 26, pp. 10563–10567.
- [25] Mikhailov A.S., Loskutov A.Yu. *Foundation of synergetics 2: Complex patterns*, Springer Series in Synergetics, vol. 52, Berlin: Springer, 1995.
- [26] Nekorkin V.I., Velarde M.G. *Synergetic phenomena in active lattices: Patterns, waves, solitons, chaos*, Springer Series in Synergetics, Berlin: Springer, 2002.
- [27] Omelchenko I., Maistrenko Yu., Hövel Ph., Schöll E. Loss of coherence in dynamical networks: Spatial chaos and chimera states, *Phys. Rev. Lett.*, 2011, vol. 106, no. 23, 234102, 4 pp.
- [28] Omelchenko I., Provata A., Hizanidis J., Schöll E., Hövel Ph. Robustness of chimera states for coupled FitzHugh–Nagumo oscillators, *Phys. Rev. E*, 2015, vol. 91, no. 2, 022917, 13 pp.
- [29] Omelchenko I., Riemenschneider B., Hövel Ph., Schöll E. Transition from spatial coherence to incoherence in coupled chaotic systems, *Phys. Rev. E*, 2012, vol. 85, no. 2, 026212, 9 pp.
- [30] Omelchenko I., Omel'chenko O.E., Hövel Ph., Schöll E. When nonlocal coupling between oscillators becomes stronger: patched synchrony or multichimera states, *Phys. Rev. Lett.*, 2013, vol. 110, no. 22, 224101, 5 pp.
- [31] Omel'chenko O.E., Wolfrum M., Yanchuk S., Maistrenko Yu.L., Sudakov O. Stationary patterns of coherence and incoherence in two-dimensional arrays of non-locally-coupled phase oscillators, *Phys. Rev. E*, 2012, vol. 85, no. 3, 036210, 5 pp.
- [32] Osipov G.V., Kurths J., Zhou Ch. *Synchronization in oscillatory networks*, Berlin: Springer, 2007.
- [33] Panaggio M.J., Abrams D.M. Chimera states: Coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators, *Nonlinearity*, 2015, vol. 28, no. 3, R67–R87.

- [34] Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. *Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences*, Cambridge Nonlinear Sci. Ser., vol. 12, New York: Cambridge Univ. Press, 2001.
- [35] Schmidt L. T., Schönleber K., Krischer K., García-Morales V. Coexistence of synchrony and incoherence in oscillatory media under nonlinear global coupling, *Chaos*, 2014, vol. 24, no. 1, 013102, 7 pp.
- [36] Semenova N., Zakharova A., Schöll E., Anishchenko V. Does hyperbolicity impede emergence of chimera states in networks of nonlocally coupled chaotic oscillators?, *Europhys. Lett.*, 2015, vol. 112, no. 4, 40002, 6 pp.
- [37] Sethia G. C., Sen A. Chimera states: The existence criteria revisited, *Phys. Rev. Lett.*, 2014, vol. 112, no. 14, 144101, 5 pp.
- [38] Shepelev I. A., Zakharova A., Vadivasova T. E. Chimera regimes in a ring of oscillators with local nonlinear interaction, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 2017, vol. 44, pp. 277–283.
- [39] Smart A. G. Exotic chimera dynamics glimpsed in experiments, *Phys. Today*, 2012, vol. 65, no. 10, pp. 17–19.
- [40] Tinsley M. R., Nkomo S., Showalter K. Chimera and phase-cluster states in populations of coupled chemical oscillators, *Nature Phys.*, 2012, vol. 8, pp. 662–665.
- [41] Vadivasova T. E., Strelkova G. I., Bogomolov S. A., Anishchenko V. S. Correlation analysis of the coherence-incoherence transition in a ring of nonlocally coupled logistic maps, *Chaos*, 2016, vol. 26, no. 9, 093108, 9 pp.
- [42] Vüllings A., Hizanidis J., Omelchenko I., Hövel Ph. Clustered chimera states in systems of type-I excitability, *New J. Phys.*, 2014, vol. 16, no. 12, 123039.
- [43] Wolfrum M., Omel'chenko O. E., Yanchuk S., Maistrenko Yu. L. Spectral properties of chimera states, *Chaos*, 2011, vol. 21, no. 1, 013112, 8 pp.
- [44] Yeldesbay A., Pikovsky A., Rosenblum M. Chimera-like states in an ensemble of globally coupled oscillators, *Phys. Rev. Lett.*, 2014, vol. 112, no. 14, 144103, 5 pp.
- [45] Zakharova A., Kapeller M., Schöll E. Chimera death: Symmetry breaking in dynamical networks, *Phys. Rev. Lett.*, 2014, vol. 112, no. 15, 154101, 5 pp.

Solitary states in a 2D lattice of bistable elements with global and close to global interaction

Igor A. Shepelev¹, Tatiana E. Vadivasova²

^{1,2}Saratov National Research State University
ul. Astrahanskaia 83, Saratov, 410012, Russia
¹igor_sar@li.ru, ²vadivasovate@yandex.ru

This paper is concerned with the spatiotemporal dynamics of the 2D lattice of cubic maps with nonlocal coupling. Different types of chimera structures have been found. Also, the underexplored regime of solitary states has been found. It is shown that the solitary states are typical of a large coupling radius. The possibility of detecting such a regime increases with the transition to global interaction, while chimera states disappear.

MSC 2010: 34F05

Keywords: oscillator ensemble, 2D lattice, nonlocal interaction, global coupling, spatial structure, chimera state, solitary state

Received February 28, 2017, accepted May 19, 2017

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2017, vol. 13, no. 3, pp. 317–329 (Russian)