Нелинейная динамика. 2011. Т. 7. № 3. С. 691–713.
Полнотекстовая версия в свободном доступе
http://nd.ics.org.ru

Хассан Ареф (1950–2011)

В. В. Мелешко

Мировая гидромеханика и нелинейная динамика понесли колоссальную утрату. 9 сентября 2011 года у себя дома в Де-Ленд (штат Иллинойс) за рабочим столом от разрыва аорты скоропостижно скончался Хассан Ареф.

Преждевременно ушел из жизни один из выдающихся ученых-гидромехаников с мировым именем, крупнейший знаток вихревой динамики, создатель новой парадигмы *хаотической адвекции* и прекрасный добрый человек.

Получено и принято к печати 28 сентября 2011 года

Мелешко Вячеслав Владимирович
meleshko@univ.kiev.ua,viatcheslav.meleshko@gmail.com
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
Украина, 01601 Киев, ул. Владимирская, 64

Хассан Ареф родился 28 сентября 1950 года в Александрии (Египет) в семье государственного чиновника, представлявшего Египет в различных международных организациях при ООН. После насеровской революции офицеров 1953 года семья сумела покинуть Египет, и впервые после этого Хассан посетил родную страну лишь в июне 2005 года. В 1975 году он закончил университет Копенгагена (его мать по национальности была датчанка) со степенью *cand. scient.* по физике и математике. В 1980 году он получил степень *PhD* по физике в Корнелльском университете.

В 1980–1985 гг. Хассан Ареф работал в Брауновском университете, на отделении инженерных наук, в качестве assistant и associate professor, или, в нашей терминологии, ассистента и доцента. С 1985 по 1988 гг. он был доцентом (предмет специализации — гидродинамика) на кафедре прикладной механики и инженерных наук в Калифорнийском университете в Сан-Диего, а затем, с 1988 по 1992 гг., — профессором гидродинамики в том же университете, а также в Институте геофизики и планетарной физики, и главным научным сотрудником Суперкомпьютерного центра в Сан-Диего. В период 1992–2003 гг. он был профессором и заведующим кафедрой теоретической и прикладной механики Университета Иллинойса в Урбана-Шампейн. В 2003 г. Х. Ареф был избран деканом инженерного факультета Политехнического института и университета штата Вирджиния (Virginia Polytechnic Institute and State University), в 2005 г. ему пришлось покинуть этот пост в силу несогласия с руководством университета по приоритетам развития; там же, на кафедре инженерных наук и механики, с 2003 года он занимал позицию Reynolds Metals Professor. В период 2006–2010 гг. в качестве приглашенного профессора (эта позиция называлась Niels Bohr Visiting Professor) работал в Техническом университете Дании. В мае 2011 года ему был присвоен титул *doctor technices honoris causa* этого университета за «выдающиеся и крайне инновационные достижения в гидродинамике, в частности, за работы по хаотической адвекции и вихревой динамике» («*Outstanding and highly innovative achievements in fluid dynamics, particularly for his work on chaotic advection and vortex dynamics*.»)

За этим кратким перечислением позиций и университетов скрывается титаническая научная и организационная работа, которую проводил Хассан в области университетского образования и поднятия уровня его компьютеризации. Будучи сам сугубо теоретиком, безгранично влюбленным в поиск аналитических решений различных нелинейных уравнений, он прекрасно сочетал это с практическим использованием больших и малых компьютеров. Еще в 1993 году, когда я работал у него на кафедре теоретической и прикладной механики, там использовалось такое оборудование, как рабочие станции Sun и компьютеры (Стива Джобса) NeXT. Хассан же никогда не расставался со своим Mac'ом.

Хассан Ареф был прекрасным организатором: проведенные им симпозиумы под эгидой Международного союза теоретической и прикладной механики — IUTAM Symposium on Stirring and Mixing (Ла-Джолла, август 1990) и IUTAM Symposium «150 Years of Vortex Dynamics» (Копенгаген, октябрь 2008) — были образцами как на научном уровне, так и на организационном. А XX Международный конгресс по теоретической и прикладной механике (ICTAM) в Чикаго (август 2000), президентом которого он был, может служить примером еще долгие годы. Запомнилось не только удобное проживание всех участников в одном месте, отеле «Мариотт» на Мичиган-авеню, где и проходили заседания всех 55 секций конгресса, но и церемония открытия с написанным (его литературный стиль был, на мой взгляд, превосходен) и поставленным Хассаном небольшим представлением с такими персонажами как Архимед, Галилей и Ньютон, и специальный плакат, и открытки с изображением выдающихся механиков прошлого и настоящего. Огромную работу Ареф

проводил в качестве члена исполнительного комитета в связи с подготовкой предстоящего XXIII конгресса ICTAM (Пекин, август 2012).

Хассан Ареф являлся председателем (ежегодно переизбираемая должность) секции гидродинамики Американского физического общества. Он возглавлял Национальный комитет США по теоретической и прикладной механике. На протяжении 1994–2003 гг. он был секретарем широкоизвестного в США семинара по механике (Midwest Mechanics Seminar), предусматривающего традиционные поездки докладчика с выступлениями в 10 университетах Среднего Запада.

На протяжении всей своей научной деятельности Хассан Ареф был вовлечен в издательскую деятельность. Он был заместителем редактора (associate editor) *Journal of Fluid Mechanics* на протяжении 1984–1994 гг., редактором-основателем (совместно с Д. Крайтоном) серии *Cambridge Texts in Applied Mathematics* и в разные годы входил в состав редколлегий таких влиятельных журналов как *Physics of Fluids, Physical Review E, Regular and Chaotic Dynamics, Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. В последние годы он был соредактором журнала *Advances in Applied Mechanics*, в котором мне в 2007 году посчастливилось опубликовать совместную с ним статью по библиографии вихревой динамики. Отмечу его глубокий интерес и обширные знания литературы в области математики и механики, в том числе и статей ученых XIX века. В наше «компьютерно-интернетное» время он полностью разделял наблюдение, сделанное С. П. Тимошенко: «*Математика двадцатого века была иная, чем в начале девятнадцатого века. Чтобы найти в математике то, что интересно инженеру, нужно заняться не новыми, а старыми книгами*». (Оно приведено, с ссылкой на российского математика-кораблестроителя Алексея Николаевича Крылова, в книге «*As I remember*», которую я отыскал в обширной библиотеке Университета Иллинойса в Урбана-Шампейн и которую Хассан прочел с большим интересом.)

Хассан был прекрасным семьянином, заботливо относился к своей жене Сюзанн (на которой он был женат с августа 1974 года) и двум сыновьям, Майклу и Томасу. Пронзительно-трогательные воспоминания сыновей об отце можно прочесть на сайте, посвященном памяти Хассана Арефа.[1]

Он очень любил свое 12-акровое поместье в Де-Ленд с трехэтажным домом в английском стиле, был радушным и гостеприимным хозяином, не раз принимавшим у себя практически всю кафедру, включая аспирантов. Мне посчастливилось работать у Хассана на кафедре теоретической и прикладной механики в 1994–1997 годах в качестве приглашенного профессора, и, когда на первых порах пребывания в Урбана-Шампейн у нас не было ни автомобиля, ни американских водительских прав, Хассан неоднократно забирал меня из университета к себе домой на такие встречи и потом привозил обратно (а это было примерно 30 миль в один конец!). Последняя такая поездка была у меня в декабре 2001 года на Рождество во время кратковременного визита.

Из обширного и глубокого научного наследия Хассана Арефа, представленного в собственноручно составленном им в августе 2011 года списке публикаций, остановимся лишь на его определяющем вкладе в вихревую динамику и хаотическую адвекцию.

Задачи динамики точечных вихрей (бесконечно тонких прямолинейных вихревых шнуров с параллельными осями и постоянными интенсивностями по длине и во времени, в силу теорем Гельмгольца) в двумерных течениях идеальной несжимаемой жидкости были пред-

[1] http://sites.google.com/site/hassanarefmemorial/home

метом постоянного интереса Х. Арефа. Он часто говорил: «Я чаще всего думаю о точечных вихрях» («*I am mostly thinking about point vortices.*») Символично, что первая и последняя из опубликованных им при жизни статей [1, 105] касались именно этих задач.

Уравнения движения точечных вихрей постоянной интенсивности Γ_α ($\alpha = 1, \ldots, N$), расположенных в точках (x_α, y_α) безграничной плоскости, имеют вид

$$\frac{dx_\alpha}{dt} = -\frac{1}{2\pi}\sum_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq\alpha}}^{N}\Gamma_\beta\frac{y_\alpha - y_\beta}{(x_\alpha - x_\beta)^2 + (y_\alpha - y_\beta)^2},$$

$$\frac{dy_\alpha}{dt} = \frac{1}{2\pi}\sum_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq\alpha}}^{N}\Gamma_\beta\frac{x_\alpha - x_\beta}{(x_\alpha - x_\beta)^2 + (y_\alpha - y_\beta)^2}, \quad \alpha = 1, \ldots, N,$$

или, в комплексной форме,

$$\frac{dz_\alpha^*}{dt} = \frac{1}{2\pi i}\sum_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq\alpha}}^{N}\frac{\Gamma_\beta}{z_\alpha - z_\beta}, \quad z_\alpha = x_\alpha + iy_\alpha, \quad \alpha = 1, \ldots, N,$$

где $*$ обозначает знак комплексного сопряжения. Эти уравнения были установлены в 1858 году Германом Гельмгольцем в мемуаре[2], с которого ведет начало вся вихревая динамика.

Выглядящие внешне как *кинематические* уравнения движения точек (x_α, y_α) жидкости, совпадающих с положением точечных вихрей, в создаваемом ими плоском потенциальном поле скорости в безграничной жидкости, эти соотношения являются следствием *динамических* двумерных уравнений Эйлера, записанных в переменных завихренности $\omega(x, y, t)$ и функции тока $\psi(x, y, t)$

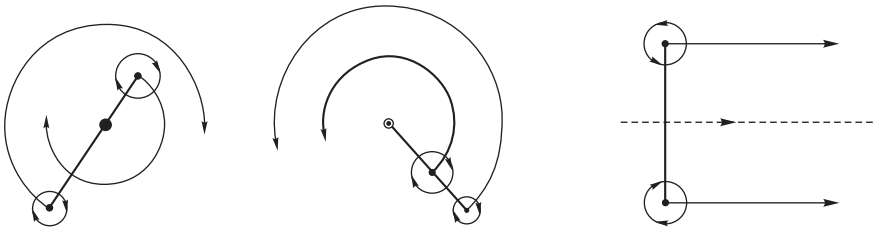
$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\omega}{\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial y}\cdot\frac{\partial\omega}{\partial x} = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2},$$

для случая сингулярного распределения завихренности

$$\omega(x, y, t) = \sum_{\alpha=1}^{N}\Gamma_\alpha\delta(x - x_\alpha(t))\delta(y - y_\alpha(t)).$$

Сам Гельмгольц построил решение этих уравнений для случая двух точечных вихрей произвольной интенсивности. Здесь возможны три типичных случая движения, представленные на рисунке.

[2] H. Helmholtz, «Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen» // *J. reine angew. Math.*, **55**, 25–55 (1858). Перевод этой выдающейся статьи на русский язык, выполненный под редакцией С. А. Чаплыгина, приведен в книге Г. Гельмгольц, «*Два исследования по гидродинамике*: *I. О вихревом движении; II. О прерывном движении жидкости*» (Москва, 1902). Этот перевод был недавно воспроизведен: Г. Гельмгольц, «Об интегралах уравнений гидродинамики, соответствующих вихревым движениям» // *Нелинейная динамика*, **2**(4), 473–507 (2006), и имеется в свободном доступе на сайте журнала http://nd.ics.org.ru/.



Установить, что происходит в более сложных ситуациях, и было основной целью всех исследований Хассана Арефа в этом научном направлении.

Уже в обзорном докладе[3] на XVI Международном конгрессе по теоретической и прикладной механике (Копенгаген, 1984) Ареф четко очертил проблематику общей задачи о движении N точечных вихрей в различных ситуациях.

Сам он исчерпывающим образом рассмотрел задачу о движении трех точечных вихрей в безграничной жидкости. В отличие от знаменитой задачи трех тел небесной механики, уравнения движения являются интегрируемыми, и общая задача, в принципе, допускает аналитическое решение, что было строго доказано в лекциях А. Пуанкаре (1893) по теории вихрей. Построение явных решений в конкретных ситуациях составляет предмет активных исследований, ведущихся со времени классической диссертации В. Грёбли (1877). Однако только в последних работах Х. Арефа [97, 102] эта проблема получила полное и завершенное решение.

Несколько глубоких статей Х. Арефа относятся к исследованию случаев движения четырех точечных вихрей либо одинаковой интенсивности, либо двух вихревых пар (два точечные вихря с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку интенсивностями). В этой, неинтегрируемой в общем случае, задаче уже возможно хаотическое движение вихрей. Это дает прекрасный пример в области хаотической динамики — научного направления в нелинейной динамике, четко сформировавшегося лишь в последней трети XX века.

Свыше десяти статей посвятил Ареф различным аспектам поведения N точечных вихрей. При этом получила завершенное решение задача о возможном количестве различных равномерно вращающихся конфигураций N одинаковых вихрей на безграничной плоскости.

Глубоким обобщениям задачи о движении бесконечных вихревых цепочек в виде вихревой дорожки Кармана посвящены работы Арефа, написанные совместно с его талантливым учеником Марком Стремлером. Особенно впечатляющим здесь является прекрасное согласование с экспериментальными данными.

Все эти работы прекрасно характеризуют тот огромный вклад, который Хассан Ареф внес в современную вихревую динамику.

Лагранж в «Аналитической механике» писал о Галилее, что «*открытие спутников Юпитера, фаз Венеры, солнечных пятен и т. д. потребовало лишь наличия телескопа и известного трудолюбия, но нужен был необыкновенный гений, чтобы открыть законы природы в таких явлениях, которые всегда пребывали перед глазами, но объяснение которых тем не менее всегда ускользало от изысканий философов*».

Эта мысль невольно приходит в голову, когда обращаешься к пионерской статье Х. Арефа «Stirring by chaotic advection» [11]. То, что существует непосредственная связь между

[3]Следует особо отметить всегда блестящие по форме и глубокие по содержанию многочисленные устные доклады и выступления Х. Арефа.

эйлеровым и лагранжевым полем скорости жидкости, выражающаяся в виде (обманчиво простой) динамической системы для описания движения индивидуальной частицы, было известно еще Д. К. Максвеллу (1870), Э. Рике (1888), В. Мортону (1913), Дж. Дарвину (1953), П. Веландеру (1955) и Дж. Лайтхиллу (1956). В этих работах были построены траектории индивидуальных частиц и формы линий в известном поле скорости. Но вот открытие, что в определенных ситуациях нестационарное (чаще всего, периодическое во времени) простейшее двумерное поле скорости несжимаемой жидкости, задаваемое функцией тока $\psi(x, y, t)$ может приводить, при решении (гамильтоновой) системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

с начальными условиями $x = x_0$, $y = y_0$ при $t = 0$, к *хаотическому* движению частицы жидкости (x_0, y_0), принадлежит Арефу. Он отчеканил термин *chaotic advection* для такого явления и по сути ввел новую парадигму в современную гидродинамику. Об этом лучше всего написал сам автор в статье «The development of chaotic advection» [76].[4]

Огромный вклад, внесенный Хассаном Арефом в развитие парадигмы хаотической адвекции — нового направления гидромеханики, — был отмечен премией Отто Лапорте (Otto Laporte Award) Американского физического общества (2000) «за пионерский вклад в изучение хаотического движения в жидкостях, научные расчеты, вихревую динамику и в особенности за развитие концепции вихревой адвекции» («*for his pioneering contributions to the study of chaotic motion in fluids, scientific computation, and vortex dynamics, and most notably for the development of the concept of chaotic advection*») и медалью Дж. И. Тейлора (G. I. Taylor medal) Общества инженерных наук США (2011) «за важнейшие приложения теории динамических систем к механике жидкостей» («*for seminal applications of dynamical systems theory to fluid mechanics*»).

По своим человеческим достоинствам и даже литературным даром Хассан Ареф мне всегда напоминал А. П. Чехова — в нем были чеховские интеллигентость и аристократизм. И подобно Чехову же, который всю свою жизнь хотел и собирался написать роман, Ареф хотел написать книгу — по точечным вихрям. У меня имеются два его документа по этому проекту: черновик 1989 года и развернутый план книги, датированный сентябрем 2011 года, когда Хассан собирался подать заявку на грант John Simon Guggenheim Memorial Foundation (США). Не успел...

На проходившей в Лоренцевском центре в Лейдене (Нидерланды, 24–28 января 2011) конференции-семинаре «Physics of Mixing» (доклады Хассана Арефа открывали и закрывали это представительное мероприятие, фактически посвященное 25-летию создания парадигмы хаотической адвекции и оказавшееся, к глубокому сожалению, последней конференцией Хассана) итальянский профессор Стефано Цербелли начал свой доклад словами: «*Достоевский говорил, что вся русская литература вышла из «Шинели» Гоголя. Так вот я считаю, что все наши результаты по перемешиванию вышли из пионерской работы Хассана 1984 года в Journal of Fluid Mechanics*».

Из заключительной лекции Арефа, дающей краткий обзор всех докладов, я приведу стихотворение, написанное им в те дни, — еще одно проявление его многогранной одаренности.

[4]Имеется перевод: Х. Ареф. «Развитие хаотической адвекции» // *Нелинейная динамика*, 2006, **2**(1), 111–136.

The physics of mixing
is the subject to enter
so say researchers
at the famed Lorentz Center

It may sound quite inane
this exact predilection,
but there is nothing mundane
in chaotic advection

Experiment rules
the precise mathematics
that eventually leads
to chaotic dynamics

The flood gates now open
and every technique
is applied to the problem
however unique
Poincaré to Koopman
and Ulam to Stokes
all methods are chosen
by these different folks

At the end of the workshop
one looks at each one,
but they still stir their tea
as they always have done!

So thanks to Herman,
GertJan and Michel
we enjoyed being with you,
and with Julyan as well

Friday, January 28, 2011

Во время встречи в Лейдене у участников была возможность посидеть за письменным столом Гендрика Антона Лоренца и полистать книги из его библиотеки. Фотография, запечатлевшая нас (Хассана, ГертЯна ван Хейста и меня) у стола Лоренца, оказалась последней... 6 февраля 2011 года Хассан написал мне (с особым, свойственным ему, диккенсовским юмором, который зачастую теряется при переводе), что отправил это фото нескольким своим знакомым и получил несколько комментариев и предложений. Вот некоторые из них:

- Хотел бы я удостоиться этой чести — посидеть за столом самого Лоренца!
- Хочешь сказать, что ты сидел за этим столом и не придумал ничего гениального?! — Ни за что не поверю!
- Выглядит так, будто ты печатаешь на клавиатуре — работаешь, как Лоренц когда-то...
- Забавно! Завидую — если бы я воспользовался лоренцевым преобразованием, то, может быть, тоже посидел бы с вами.
- Понравилось твое отражение в стекле — может, зафотошопишь его в Лоренца?

Существует высказывание, приписываемое Ламбу (или фон Карману) о том, что первым вопросом, который он задаст Богу, будет вопрос о разгадке проблемы турбулентности. Хассан скептически относился к этому высказыванию, спрашивая «А в чем, собственно, состоит проблема?» и имея в виду, что проблема должна быть строго сформулирована в терминах уравнений с граничными и начальными условиями. Как бы там ни было, думается, что теперь он знает ответы на все вопросы вихревой и хаотической динамики.

А нам здесь лишь остается привыкать жить без Хассана Арефа, без его так и не написанной книги по вихревой динамике, без задуманных им статей, без его доброй улыбки и заразительного смеха, без обмена мнениями по различным научным (и не только) вопросам с его неизменно доброжелательными «I see», «right», «correct».

Да будет земля ему пухом, ибо праведник он был! Вечная память.

Rest in Peace, Hassan.

Список трудов Хассана Арефа

Книги

1. H. Aref, ed., Chaos Applied to Fluid Mixing. Special issue of *Chaos, Solitons and Fractals*, and ISBN 008 042028 1, Pergamon Press, 380 pp. (1995).

2. H. Aref and J. W. Phillips, eds., *Mechanics for a New Millennium*, Proceedings of 20th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. ISBN 0-7923-7156-9. Kluwer Scientific Publishers, xxxix + 582 pp. (2001).

3. H. Aref, ed., *150 Years of Vortex Dynamics*, Proceedings of an IUTAM symposium. Springer (2010), ISBN 978-90-481-8583-2. Also published as a Special Issue of *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* **24**(1–4) 1-435 (2010), ISSN 0935-4964 (Print) 1432-2250 (Online).

4. H. Aref, H. J. H. Clercx, E. van der Giessen and M. F. M. Speetjens, eds., *Physics of Mixing*, Selected papers from a workshop at the Lorentz Center in Leiden, January 2011. Theme issue of *Advances in Applied Mechanics* (in preparation, publication late 2011 or early 2012).

Публикации в журналах и трудах конференций, главы из книг

1. H. Aref, «Motion of three vortices.» *Phys. Fluids* **22**, 393–400 (1979).

2. H. Aref and E. D. Siggia, «Vortex dynamics of the two-dimensional turbulent shear layer.» *J. Fluid Mech.* **100**, 705–737 (1980).

3. H. Aref and N. Pomphrey, «Integrable and chaotic motions of four vortices.» *Phys. Lett. A* **78**, 297–300 (1980).

4. E. D. Siggia and H. Aref, «Scaling and structures in fully turbulent flows.» *Ann. N.Y. Acad. Sci.* **357**, 368–376 (1980).

5. E. D. Siggia and H. Aref, «Point vortex simulation of the inverse energy cascade in two-dimensional turbulence.» *Phys. Fluids* **24**, 171–173 (1981).

6. H. Aref and E. D. Siggia, «Evolution and breakdown of a vortex street in two dimensions.» *J. Fluid Mech.* **109**, 435–463 (1981).

7. H. Aref and N. Pomphrey, «Integrable and chaotic motions of four vortices. I: The case of identical vortices.» *Proc. Roy. Soc. London A* **380**, 359–387 (1982).

8. H. Aref, «Point vortex motions with a center of symmetry.» *Phys. Fluids* **25**, 2183–2187 (1982).

9. H. Aref, «Integrable, chaotic and turbulent vortex motion in two-dimensional flows.» *Ann. Rev. Fluid Mech.* **15**, 345–389 (1983).

10. G. Tryggvason and H. Aref, «Numerical experiments on Hele Shaw flow with a sharp interface.» *J. Fluid Mech.* **136**, 1–30 (1983).

11. H. Aref, «Stirring by chaotic advection.» J. Fluid Mech. 143, 1-21 (1984). [Republished in *Hamiltonian Dynamical Systems*, R. S. MacKay and J. D. Meiss eds., Adam Hilger (1987).]

12. H. Aref and P. K. Daripa, «Note on finite difference approximations to Burgers' equation.» *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* **5**, 856–864 (1984).

13. H. Aref and G. Tryggvason, «Vortex dynamics of passive and active interfaces.» *Physica D* **12**, 59–70 (1984). [= *Fronts, Interfaces and Patterns*, Proc. Third CNLS Annual Conference, Los Alamos National Laboratory (invited paper).]

14. H. Aref and E. P. Flinchem, «Dynamics of a vortex filament in a shear flow.» *J. Fluid Mech.* **148**, 477–497 (1984).

15. G. Tryggvason and H. Aref, «Finger interaction mechanisms in stratified Hele-Shaw flow.» *J. Fluid Mech.* **154**, 287–301 (1985).

16. H. Aref, «Chaos in the dynamics of a few vortices — fundamentals and applications.» In (Proceedings of the Sixteenth International Congress of) *Theoretical and Applied Mechanics* (invited paper, Lyngby, Denmark, 1984) N. Olhoff and F. I. Niordson eds., North-Holland Publ. Co. (1985) pp. 43–68.

17. H. Aref, «Remarks on prototypes of turbulence, structures in turbulence, and the role of chaos» (invited paper, ICASE Workshop) In *Theoretical Approaches to Turbulence*, D. L. Dwoyer, M. Y. Hussaini and R. G. Voigt eds., Springer (1985), 347–351.

18. H. Aref, «Finger, bubble, tendril, spike — an essay on the morphology and dynamics of interfaces in fluids», Polish Acad. Sci., *Fluid Dyn. Trans.* **13**, 25–54 (1987). [= Proc. XVII Biennial Fluid Dynamics Symposium, Gdansk, Poland (invited paper)].

19. H. Aref and S. Balachandar, «Chaotic advection in a Stokes flow.» *Phys. Fluids* **29**, 3515–3521 (1986).

20. H. Aref, «The numerical experiment in fluid mechanics.» J. Fluid Mech. 173, 15–41 (1986). [= Proc. IUTAM Symposium *Fluid Mechanics in the Spirit of G. I. Taylor*, Cambridge, England (general lecture).]

21. H. Aref, M. Gharib and C. W. Van Atta, «Chaos in shear flows.» Paper AIAA-87-1251 (1987). [Proc. 19th AIAA *Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference*, Honolulu, Hawaii.]

22. H. Aref, S. W. Jones and G. Tryggvason, «On Lagrangian aspects of flow simulation.» Complex Systems 1, 544–558 (1987). [= Proc. *Workshop on Large Nonlinear Systems*, Santa Fe.]

23. H. Aref and S. W. Jones, «Chaotic advection: Efficient stirring of viscous liquids.» *Argonne National Laboratory Rep.* CONF-**8706187**, pp. 209–216 (1987). [= Proceedings of *Fifth Symposium on Energy Engineering Sciences*, Argonne National Laboratory.]

24. S. W. Jones and H. Aref, «Chaotic advection in pulsed source-sink systems.» *Phys. Fluids* **31**, 469–485 (1988).

25. A. Pumir and H. Aref, «A model of bubble dynamics in a Hele-Shaw cell.» *Phys. Fluids* **31**, 752–763 (1988).

26. H. Aref and T. Kambe, «Report on the IUTAM Symposium: Fundamental aspects of vortex motion.» *J. Fluid Mech.* **190**, 571-595 (1988).

27. H. Aref, J. B. Kadtke, I. Zawadzki, L. J. Campbell and B. Eckhardt, «Point vortex dynamics: Recent results and open problems.» *Fluid Dyn. Res.* **3**, 63–74 (1988). [= Proc. IUTAM Symposium *Fundamental Aspects of Vortex Motion*, Tokyo, Japan (general lecture).]

28. H. Aref, S. W. Jones and O. M. Thomas, «Computing particle motions in fluid flows.» *Computers in Physics* **2**(6), 22–27 (1988).

29. B. Eckhardt and H. Aref, «Integrable and chaotic motions of four vortices. II: Collision dynamics of vortex pairs.» *Phil. Trans. Roy. Soc. London A* **326**, 655–696 (1988).

30. H. Aref and G. Tryggvason, «Model of Rayleigh-Taylor instability.» *Phys. Rev. Lett.* **62**, 749–752 (1989).

31. H. Aref and S. W. Jones, «Enhanced separation of diffusing particles by chaotic advection.» *Phys. Fluids A* **1**, 470–474 (1989).

32. H. Aref, «Three-vortex motion with zero total circulation: Addendum.» *J. Appl. Math. Phys. (ZAMP)* **40**, 495–500 (1989). [Addendum to paper by N. Rott.]

33. H. Aref, S. W. Jones, S. Mofina and I. Zawadzki, «Vortices, kinematics and chaos.» *Physica D* **37**, 423–440 (1989). [= *Advances in Fluid Turbulence*, Proc. Eighth CNLS Annual Conference, Los Alamos National Laboratory (invited paper).]

34. S. W. Jones, O. M. Thomas and H. Aref, «Chaotic advection by laminar flow in a twisted pipe.» *J. Fluid Mech.* **209**, 335–357 (1989).

35. Y. Kimura, I. Zawadzki and H. Aref, «Vortex motion, sound radiation, and complex time singularities.» *Phys. Fluids A* **2**, 214–219 (1990).

36. H. Aref and I. Zawadzki, «Comment on vortex ring reconnections.» In *Topological Fluid Mechanics*, H. K. Moffatt and A. Tsinober eds., Cambridge University Press, pp. 535–539 (1990). [= Proceedings of IUTAM Symposium, Cambridge, UK.]

37. H. Aref and T. Herdtle, «Fluid networks.» In *Topological Fluid Mechanics*, H. K. Moffatt and A. Tsinober eds., Cambridge University Press, pp. 745–764 (1990). [= Proceedings of IUTAM Symposium, Cambridge, UK (general lecture).]

38. H. Aref, «Chaotic fluid dynamics and turbulent flow.» In *Whither Turbulence? Turbulence at the Crossroads* J. L. Lumley ed., *Lect. Notes Phys.* **357**, 258–268 (1990) Springer-Verlag. [=Proceedings of Cornell University workshop (invited «discussion» paper).]

39. H. Aref, «Stirring by laminar flow, dynamical systems, and chaotic advection.» Proc. *Fluids Engineering and Science: The US-Korea Joint Seminar* (invited paper), Hemisphere, Washington D.C., pp. 151–162 (1991).

40. H. Aref, «Chaotic advection of fluid particles.» *Phil. Trans. Roy. Soc. (London) A* **333**, 273–289 (1990). [=Theme issue, J. T. Stuart and M. Tabor, eds., (invited paper).]

41. T. Herdtle and H. Aref, «On the geometry of composite bubbles.» *Proc. Roy. Soc. London A* **434**, 441–447 (1991).

42. H. Aref, «Stochastic particle motion in laminar flows.» *Phys. Fluids A* **3**, 1009–1016 (1991). [= Proc. IUTAM Symposium *Fluid Mechanics of Stirring and Mixing* (opening lecture).]

43. I. Zawadzki and H. Aref, «Mixing during vortex ring collision.» *Phys. Fluids A* **3**, 1405–1410 (1991). [= Proc. IUTAM Symposium *Fluid Mechanics of Stirring and Mixing*.]

44. T. Herdtle and H. Aref, «Relaxation of fractal foam.» *Phil. Mag. Lett.* **64**, 335–340 (1991).

45. H. Aref and I. Zawadzki, «Linking of vortex rings.» *Nature* **354**, 50–53 (1991).

46. H. Aref, «Trilinear coordinates in fluid mechanics.» In *Studies in Turbulence*, T. B. Gatski, S. Sarker and C. G. Speziale eds. (invited paper), Springer-Verlag, pp. 568–581 (1992).

47. H. Aref, N. Rott and H. Thomann, «Gröbli's solution of the three-vortex problem.» *Ann. Rev. Fluid Mech.* **24**, 1-20 (1992). [Russian translation in *Fundamental and Applied Problems in the Theory of Vortices*, A. V. Borisov, I. S. Mamaev and M. A. Sokolovskii, eds., Institute of Computer Studies, Moscow–Izhvesk, 2003, pp. 677–703.]

48. T. Herdtle and H. Aref, «Numerical experiments on two-dimensional foam.» *J. Fluid Mech.* **241**, 233–260 (1992).

49. D. Weaire, F. Bolton, T. Herdtle and H. Aref, «The effect of strain upon the topology of a soap froth.» *Phil. Mag. Lett.* **66**, 293–299 (1992).

50. H. Aref and S. W. Jones, «Chaotic motion of a solid through ideal fluid,» *Phys. Fluids A* **5**, 3026–3028 (1993).

51. H. Aref and I. Zawadzki, «Vortex interactions as a dynamical system.» In *New Approaches and Concepts in Turbulence*, Th. Dracos and A. Tsinober, eds., Birkhäuser, pp. 191–205 (1993). [= Proc. *Monte Veritá Colloquium on Turbulence*, Ascona, Switzerland, 1991 (invited paper).]

52. H. Aref, R. D. Charles and T. T. Elvins, «Scientific visualization of fluid flow.» In *Frontiers of Scientific Visualization*, S. K. Tewksbury and C. A. Pickover eds. (invited paper), John Wiley and Sons, Inc., pp. 7–43 (1994).

53. H. Aref, «Chaotic advection in perspective.» *Chaos, Solitons and Fractals* **4**, 745–748 (1994).

54. H. Aref and S. W. Jones, «Motion of a solid body through ideal fluid.» Proc. *DCAMM 25th Anniversary Volume* (invited paper), 55–68 (1994).

55. L. Mahadevan, H. Aref and S. W. Jones, «Comment on 'Behavior of a falling paper'.» *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1420 (1995).

56. H. Aref, «On the equilibrium and stability of a row of point vortices.» *J. Fluid Mech.* **290**, 167–181 (1995).

57. H. Aref and J. P. Gollub, «Application of dynamical systems theory to fluid mechanics.» In *Research Trends in Fluid Dynamics*, Report of the US National Committee on Theoretical and Applied Mechanics, J. L. Lumleyet al., eds., AIP Press, pp. 15–30 (1996).

58. H. Aref and M. A. Stremler, «On the motion of three point vortices in a periodic strip.» *J. Fluid Mech.* **314**, 1–25 (1996).

59. V. V. Meleshko and H. Aref, «A blinking rotlet model for chaotic advection.» *Phys. Fluids* **8**, 3215–3217 (1996); Erratum **10**, 1543 (1998).

60. H. Aref and M. Brøns, «On stagnation points and streamline topology in vortex flows.» *J. Fluid Mech.* **370**, 1–27 (1998).

61. H. Aref and D. L. Vainchtein, «Point vortices exhibit asymmetric equilibria.» *Nature* **392**, 769–770 (1998).

62. H. Aref, P. L. Boyland, M. A. Stremler and D. L. Vainchtein, «Turbulent statistical dynamics of a system of point vortices.» In *Fundamental Problematic Issues in Turbulence*, A. Gyr, W. Kinzelbach and A. Tsinober eds., *Trends in Mathematics*, Birkhäuser 151–161 (1999). [Proceedings of the *Second Monte Veritá Colloquium on Turbulence*, Ascona, Switzerland, 1998 (invited paper).]

63. R. H. Liu, K. V. Sharp, M. G. Olsen, M. A. Stremler, J. G. Santiago, R. J. Adrian, H. Aref and D. J. Beebe, «A passive micromixer: Three-dimensional serpentine microchannel.» Transducers '99, pp. 730–733 (1999). [*Technical Digest of the 10th International Conference on Solid-State Sensors and Actuators*, Sendai, Japan, 1999].

64. M. A. Stremler and H. Aref, «Motion of three vortices in a periodic parallelogram.» *J. Fluid Mech.* **392**, 101–128 (1999).

65. H. Aref and D. L. Vainchtein, «The equation of state of a foam.» *Phys. Fluids* **12**, 23–28 (2000).

66. H. Aref and M. A. Stremler, «Four-vortex motion with zero total circulation and impulse.» *Phys. Fluids* **11**, 3704–3715 (1999).

67. H. Aref, «Order in chaos.» *Nature* (News & Views) **401**, 756–758 (1999).

68. P. L. Boyland, H. Aref and M. A. Stremler, «Topological fluid mechanics of stirring.» *J. Fluid Mech.* **403**, 277–304 (2000).

69. M. A. Stremler, M. G. Olsen, B. H. Jo, R. J. Adrian, H. Aref and D. J. Beebe, «Chaotic mixing in microfluidic systems.» *Technical Digest of the Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, Hilton Head 2000, pp. 187–190.

70. H. Aref and M. A. Stremler, «Point vortex models and the dynamics of strong vortices in the atmosphere and oceans.» In *Fluid Mechanics and the Environment: Dynamical Approaches*, J. L. Lumley ed., *Lect. Notes Phys.* **566** (2001) 1–17 Springer-Verlag. [= Proc. Symposium in honor of S. Leibovich's 60'th birthday, Cornell University (invited presentation).]

71. R. H. Liu, K. V. Sharp, M. G. Olsen, M. A. Stremler, J. G. Santiago, R. J. Adrian, H. Aref and D. J. Beebe, «A Passive three-dimensional 'C-shape' helical micromixer.» *J. Microelectromech. Systems* **9**, 190–197 (2000).

72. Х. Ареф, Т. А. Дунаева и В. В. Мелешко, «Хаотическая адвекция в двумерном Стоксовом течении в круге.» *Прикладная гидромеханика* **2**(1), 3–9 (2000); English translation: *Int. J. Fluid Mech. Research* **29**, 525–533 (2002).

73. D. L. Vainchtein and H. Aref, «Morphological transition in compressible foam.» *Phys. Fluids* **13**, 2152–2160 (2001).

74. D. J. Beebe, R. J. Adrian, M. G. Olsen, M. A. Stremler, H. Aref and B. H. Jo, «Passive mixing in microchannels: Fabrication and flow experiments.» *Mécanique & Industries* **2**, 343–348 (2001).

75. D. O. Pushkin and H. Aref, «Self-similarity theory of stationary coagulation.» *Phys. Fluids* **14**, 694–703 (2002).

76. H. Aref, «The development of chaotic advection.» *Phys. Fluids* **14**, 1315–1325 (2002). [Also featured in the March 11, 2002 issue of the *Virtual Journal of Nanoscale Science & Technology*. Russian translation: *Nonlinear Dynamics* **2**, 111–133 (2006) in the section «Classical works».]

77. H. Aref, «A transformation of the point vortex equations.» *Phys. Fluids* **14**, 2395–2401 (2002).

78. H. Aref, P. K. Newton, M. A. Stremler, T. Tokieda and D. L. Vainchtein, «Vortex crystals.» *Adv. Appl. Mech.* **39**, 1–79 (2003).

79. P. L. Boyland, M. A. Stremler and H. Aref, «Topological fluid mechanics of point vortex motions,» *Physica D* **175**, 69–95 (2003).

80. D. O. Pushkin and H. Aref, «Bank mergers as scale-free coagulation.» *Physica A* **336**, 571–584 (2004). [Also featured in *Econophysics Virtual Journal*, Issue 2, June 2004.]

81. M. A. Stremler, F. R. Haselton and H. Aref, «Designing for chaos: applications of chaotic advection at the microscale,» *Phil. Trans. R. Soc. London A* **362**, 1019–1036 (2004).

82. F. L. Ponta and H. Aref, «The Strouhal – Reynolds number relationship for vortex streets.» *Phys. Rev. Lett.* **93**, 084501 (2004), 4 pp.

83. F. L. Ponta and H. Aref, «Vortex synchronization regions in shedding from an oscillating cylinder.» *Phys. Fluids* **17**, 011703 (2005), 4 pp.

84. H. Aref and M. van Buren, «Vortex triple rings.» *Phys. Fluids* **17**, 057104 (2005), 21 pp.

85. F. L. Ponta and H. Aref, «Numerical experiments on vortex shedding from an oscillating cylinder.» *J. Fluids & Structures* **22**, 327–344 (2006).

86. H. Aref, M. A. Stremler and F. L. Ponta, «Exotic vortex wakes — point vortex solutions.» *J. Fluids & Structures* **22**, 929–940 (2006). [Special issue with papers from *Fourth Symposium on Bluff Body Wakes and Vortex Induced Vibrations BBVIV-4*, Santorini.]

87. H. Aref, «Vortices and polynomials.» *Fluid Dyn. Res.* **39**, 5–23 (2007). [Memorial issue for Professor Isao Imai (invited paper).]

88. V. V. Meleshko and H. Aref, «A bibliography of vortex dynamics 1858-1956.» *Adv. Appl. Mech.* **41**, 197–292 (2007).

89. H. Aref, «Point vortex dynamics — a classical mathematics playground.» *J. Math. Phys.* **48**, 065401 (2007) 23 pp.

90. H. Aref, M. Brøns and M. A. Stremler, «Bifurcation and instability problems in vortex wakes.» Journal of Physics: Conference Series 64, 012015 (2007) 14pp. [= Proc. *Second International Symposium on Instability and Bifurcations in Fluid Dynamics, BIFD-2*, Lyngby, Denmark.]

91. H. Aref, S. Hutzler and D. Weaire, «Toying with Physics», *EuroPhysics News* **38**(3), 23–26 (2007).

92. H. Aref, «A note on the energy of relative equilibria of point vortices.» *Phys. Fluids* **19**, 103603 (2007) 7 pp.

93. Х. Ареф, В. В. Мелешко, А. А. Губа и А. А. Гуржий, «Равномерно-вращающиеся конфигурации точечных вихрей.» *Прикладная гидромеханика* **9**(2–3), 5–24 (2007).

94. H. Aref, «Vortex dynamics of wakes.» Proceedings of *IUTAM Symposium Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, Turbulence*, A. V. Borisov, V. V. Kozlov, I. S. Mamaev, M. A. Sokolovskiy, eds., pp. 11–25 (Springer, New York, 2008). [Russian translation: *Nonlinear Dynamics* **2**, 411-424 (2006).]

95. H. Aref, «Something old, something new.» *Phil. Trans. Roy. Soc. London A* **366**, 2649-2670 (2008). [Written version of opening lecture at *Theoretical Fluid Dynamics in the 21st Century — A Special Meeting in Honour of Professor J. T. Stuart*, FRS, Imperial College, London, December 2006.]

96. L. Tophøj and H. Aref, «Chaotic scattering of two identical point vortex pairs revisited.» *Phys. Fluids* **20**, 093605 (2008) 10 pp.

97. H. Aref, «Stability of relative equilibria of three vortices.» *Phys. Fluids* **21**, 094101 (2009) 22 pp. [featured as a «Research Highlight» on the journal website `http://pof.aip.org/pof/`].

98. H. Aref, «150 Years of vortex dynamics.» *Theor. & Comp. Fluid Dyn.* **24**, 1–7 (2010).

99. J. Roenby and H. Aref, «Chaos in body-vortex interactions.» *Proc. R. Soc. London A* **466**, 1871–1891 (2010).

100. J. Roenby and H. Aref, «On the atmosphere of a moving body.» *Phys. Fluids* **22**, 057103 (2010) 6 pp.

101. H. Aref, J. Roenby, L. Tophøj and M. A. Stremler, «Nonlinear excursions of particles in ideal 2D flows». *Physica D* **240**, 199-207 (2011). [=In *Nonlinear Excursions, a Volume in Physica D to honor Louis N. Howard's scientific career*, O. Buhler and N. Balmforth, guest eds.]

102. H. Aref, «Self-similar motion of three point vortices.» *Phys. Fluids* **22**, 057104 (2010) 12 pp.

103. J. Roenby and H. Aref, «Chaotic dynamics of a body-vortex pair.» J. Fluids & Structures 27, 768-773 (2011). [Special issue with papers from the *Sixth Symposium on Bluff Body Wakes and Vortex Induced Vibrations BBVIV-6*, an IUTAM symposium, Capri, June 2010.]

104. H. Aref, «Relative equilibria of point vortices and the fundamental theorem of algebra.» *Proc. R. Soc. London A* **467**, 2168–2184 (2011).

105. T. Dirksen and H. Aref, «Close pairs of relative equilibria for identical point vortices.» *Phys. Fluids* **23**, 051706 (2011) 4 pp.

106. H. Aref, P. Beelen and M. Brøns, «Bilinear relative equilibria of identical point vortices.» *J. Nonlinear Science* (submitted).

Технические отчеты, обзоры и прочее

1. H. Aref, «Coherent features by the method of point vortices.» Woods Hole Oceanographic Institution, *Tech. Rep.* WHOI-**80**–**53**, 233–249 (1980).

2. Review of A. Bejan, «Entropy Generation through Heat and Fluid Flow» (Wiley 1982), *Intl. J. Heat Mass Trans.* **26**, 1728 (1983).

3. Review of H. J. Lugt, «Vortex Flow in Nature and Technology» (Wiley Interscience, 1983), *J. Appl.Mech.* **51**, 450 (1984).

4. Review of J. A. Essers, «Computational Methods for Turbulent, Transonic, and Viscous Flows» (Hemisphere Publ. Co., 1983) and R. Peyret and T. D. Taylor, «Computational Methods for Fluid Flow» (Springer, 1983), *J. Fluid Mech.* **147**, 465–466 (1984).

5. H. Aref, «Flows with sharp interfaces.» In «PHYSICS NEWS in 1985,» *Physics Today* **39** (Suppl.) 37–38 (1986).

6. Review of T. Tatsumi, ed., «Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids» (North-Holland 1984), *AIAA J.* **24**, 543–544 (1986).

7. Review of P. Fisher and W. R. Smith, eds., «Chaos, Fractals and Dynamics» (Marcel Dekker Inc. 1985) *SIAM Rev.* **28**, 406–407 (1986).

8. Review of F. C. Moon, «Chaotic Vibrations: An Introduction for Applied Scientists and Engineers»(John Wiley and Sons, New York, 1987) *SIAM Rev.* **31**, 330–331 (1989).

9. H. Aref, «Research fellowship program started.» *Gather/Scatter* **5**(8), 1 (1989).

10. H. Aref, «Three senior fellows begin research at SDSC.» *Gather/Scatter* **6**(2), 1–2 (1990).

11. H. Aref, «Achilles and the Tortoise (and the Hare) discuss CFD and Turbulent Flow.» In *Whither Turbulence? Turbulence at the Crossroads* J. L. Lumley ed., *Lect. Notes Phys.* **357**, 5-10 (1990) Springer-Verlag [=presentation version of article #38].[5]

12. Review of E. Guyon, J-P. Nadal and Y. Pomeau 1988 «Disorder and Mixing» (NATO ASI Series; Kluwer Academic Publishers, 1988) *J. Fluid Mech.* **219**, 659 (1990).

13. Review of P. Prusinkiewicz and J. Hanan, «Lindenmayer Systems, Fractals and Plants» (Springer *Lect. Notes Biomath.* **79**, 1989) *SIAM Rev.* **33**, 284–285 (1991).

14. H. Aref, «Two SDSC summer students win top Westinghouse Science awards.» *Gather/Scatter* *7*(3-4), 11 (1991).

15. H. Aref, «EDUCOM'91: Curricula, computing and culture.» *EDUCOM Review* **26**(2), 51–52 (1991).

16. R. L. Rivest and H. Aref, «Vortex air rings.» Scientific Correspondence, *Nature* **356**, 199–200 (1992).

17. Review of Video Tape: «Transition to Chaos: The Orbit Diagram and the Mandelbrot Set, with Robert L. Devaney» (Science Television, NY, 1990) *SIAM Rev.* **35**, 308–309 (1993).

18. H. Aref, T. H. Solomon and H. L. Swinney, «Chaotic mixing in fluid flows.» In *PHYSICS NEWS* in 1992, American Institute of Physics, New York, pp. 51–53 (1992).

19. Review of P. G. Bakker, «Bifurcations in Flow Patterns — Some Applications of the Qualitative Theory of Differential Equations in Fluid Dynamics» (Kluwer Academic Publishers, 1991), *AIAA J.*

20. Review of C. A. J. Fletcher, «Computational Techniques for Fluid Dynamics,» Volumes I-II (second edition, Springer-Verlag, 1991), *J. Fluid Mech.* **258**, 371–372 (1994).

21. Review of P. G. Saffman, «Vortex Dynamics,» (Cambridge Univ. Press, 1992), *Appl. Mech. Rev.* **47**, B6 (1994).

22. «Dynamics and flow of foams.» *Symposium Highlight*, Materials Research Society, 1995 Fall Meeting (lay language abstract of sessions M7.1–7.3/N6.1–6.3 for science news reporting).

23. Review of J. P. Conway, «On Being a Department Head: A Personal View» (American Mathematical Society, 1996) *SIAM Rev.* **40**, 393–395 (1998).

24. H. Aref, Motivation for including the paper: L. Onsager, «Statistical Hydrodynamics» [Suppl. to Vol. VI, Ser. IX, *Nuovo Cimento*, pp. 279–287 (1949)] in *Mechanics at the Turn of the Century*, W. Schiehlen and L. van Wijngaarden eds., pp. 6–7, Shaker Verlag, Aachen (2000).

25. H. Aref, «ICTAM2000 poster: Meters of Motion,» in *Mechanics at the Turn of the Century*, W. Schiehlen and L. van Wijngaarden eds., pp. 73–77, Shaker Verlag, Aachen (2000).

[5] Автор рецензии на эту книгу (S. C. Traugott, *J. Fluid Mech.*, 1992, 237, 691–692) отозвался о статье Х. Арефа так: «об этой работе достаточно сказать, что она одна стоит целой книги. В ней рассмотрено хаотическое взаимодействие между черепахой, зайцем и Ахиллом».

26. G. M. Homsy, H. Aref, K. S. Breuer, S. Hochgreb, J. R. Koseff, B. R. Munson, K. G. Powell, C. R. Robertson and S. T. Thoroddsen, *Multi-Media Fluid Mechanics*. Software CD-Rom. Cambridge University Press (2000).

27. Review of P. K. Newton «The N-Vortex Problem — Analytical Techniques.» (Applied Mathematical Sciences, vol.145, Springer-Verlag) *Mathematical Reviews* 2002f:76023.

28. Review of G. K. Batchelor, H. K. Moffatt and M. G. Worster «Perspectives in Fluid Dynamics — A Collective Introduction to Current Research.» (Cambridge University Press) *Journal of Fluid Mechanics* **461**, 408–410 (2002).

29. Entries on «Bernoulli's equation», pp. 44–45; «Chaos versus turbulence» (with P. K. Newton), pp. 114–117; «Chaotic advection» (with B. Eckhardt), pp. 117–118; «Cluster-cluster coagulation» (with D. O. Pushkin), pp. 141–144; «Hele-Shaw cell», pp. 400–401; and «Newton's laws of motion», pp. 620–621, for *Encyclopedia of Nonlinear Science*, A. Scott, ed., Routledge, New York. 2005 (ISBN: 1-57958-385-7).

30. Review of P. Holmes, P. K. Newton, A. Weinstein, eds., «Geometry, Mechanics and Dynamics: Volume in Honor of the 60th Birthday of J. E. Marsden.» Springer. *European Journal of Mechanics/B Fluids* **23**, 381 (2004).

31. Commentary on cnet.com regarding the Virginia Tech terascale computer: http://news.com.com/2010-7337_3-5149087.html?tag=guts_bi_7339

32. «Recipe for a Supercomputer.» *The Chronicle Review*, March 5, 2004, p. B14.

33. N. Love, K. Thole and H. Aref, «Women Academic Leaders are Key to Transforming Engineering Colleges,» editorial on engtrends.com website for March 2004.

34. H. Aref, «The Race to Supercomputing: A Fable of Heroes, Hares, and High Performance.» *InSight* **4**, pp. 1–10 (2004), a publication of AEL, available at www.iaete.org/insight/

35. «A Great Divide Between Administrators and Faculty Members.» Letter to Editor, *Chronicle Review* **51**(19) p. A47.

36. «150 Years of Vortex Dynamics», Proceedings of the Research Institute of Mathematical Sciences, Kyoto University, *RIMS Kôkyûroku* **1642**, 1–19 (2009).

37. Review of Philip Drazin and Norman Riley, «The Navier – Stokes Equations — A Classification of Flows and Exact Solutions» *London Mathematical Society Lecture Note Series* vol. 334 (Cambridge University Press, 2006) (ISBN 0-521-68162-6) *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*.

Патент

US Patent No. 4,988,016, J. P. Hawkins and H. Aref, «Self-sealing container» (January 29, 1991).

Некоторые приглашенные доклады

1984

— «Vortex dynamics of passive and active interfaces.» *Third CNLS Annual Conference*, Los Alamos National Laboratory.

— «Chaos in the dynamics of a few vortices — fundamentals and applications.» *Sixteenth International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, Lyngby, Denmark (introductory lecture).

1986

— «Computational vortex dynamics.» *UC Summer School on Nonlinear Science*, Santa Fe, NM (lecture series).

— «The numerical experiment in fluid mechanics.» IUTAM Symposium on *Fluid Mechanics in the Spirit of G. I. Taylor*, Cambridge, England (general lecture). 1987

— «Finger, bubble, tendril, spike — an essay on the morphology and dynamics of interfaces in fluids.» *XVII'th Biennial Fluid Dynamics Symposium*, Gdansk, Poland. 1988

— «Vortices, kinematics and chaos.» Second Annual *Stanley Corrsin Memorial Lecture in Fluid Mechanics*, The Johns Hopkins University.

— «Point vortex dynamics: Recent results and open problems.» IUTAM Symposium on *Fundamental Aspects of Vortex Motion*, Tokyo, Japan (general lecture).

1989

— «Stirring by laminar flow, dynamical systems, and chaotic advection.» Workshop on *Applying Non-Linear Dynamics and Chaos in Fluid Mechanics*, Woudschoten, The Netherlands.

— «Fluid networks.» IUTAM Symposium on *Topological Fluid Mechanics*, Cambridge, UK (general lecture).

1990

— «Stochastic particle motion in laminar flows.» IUTAM Symposium on *Fluid Mechanics of Stirring and Mixing*, La Jolla, CA (opening lecture).

1991

— «Lagrangian CFD.» *Australasian Congress of Applied Mathematics*, New Zealand (opening lecture).

— «The role of chaos in fluid mechanics,» and «Fluid mechanics of soap films, bubbles and foams.» *Westinghouse Distinguished Lectureship*, The University of Michigan, Ann Arbor, MI.

— «Stirring by laminar flow, dynamical systems, and chaotic advection.» *Fluids Engineering and Science: The USKorea Joint Seminar*, South Korea (US delegate and speaker).

— «Vortex interactions as a dynamical system.» *Monte Veritá Colloquium on Turbulence*, Ascona, Switzerland. 1992

— «Fluid mechanics of soap films, bubbles and foam.» *Chaos* — IV, Kiev.

1993

— «REU@SDSC.» OzCUPE1, *First Australian Conference on Computer Use in Physics Education*, University of Sydney, Australia (keynote lecture).

— «Vortex interactions and dynamical systems.» *First International Conference on Complex Systems in Computational Physics*. Buenos Aires, Argentina (keynote lecture).

1994

— «Vortices, chaos and turbulence.» *Toshiba Keio lecture*, Keio University, Japan.

— «Motion of a solid body through ideal fluid.» *DCAMM 25th Anniversary*, Vedbæk, Denmark.

1995

— «The role of chaos in describing fluid motions and controlling fluid mixing.» *Conference on Application of Chaos Theory*, organized by The Danish-American Fund for the Exchange of Technology, Copenhagen, Denmark (general audience lecture).

1997

— «Mixing well using chaos.» *American Physical Society March Meeting*, Kansas City, MO.

— «Dynamics of discrete vortices.» *DCAMM Graduate Research School, Technical University of Denmark*, Lyngby, Denmark (lecture series).

— «Directions in engineering education: Classroom perspectives.» *Engineering Sesquicentennial*, Brown University, Providence, RI.

1998

— «Turbulent statistical dynamics of a system of point vortices.» *Second Monte Verità Colloquium on Turbulence*, Ascona, Switzerland.

1999

— «Foam evolution and flow.» *Gordon Conference on Gravitational Effects in Physicochemical Systems*, Henniker, NH (invited lecture).

2000

— «The development of chaotic advection.» *Otto Laporte Memorial Lecture*, American Physical Society Division of Fluid Dynamics annual meeting, Washington, D. C. (plenary lecture).

2002

— «Vortex statics — a classical problem of self-assembly.» *Symposium on Challenges in Mechanics*, Hotel Frederiksdal, Lyngby, Denmark (opening lecture.)

2003

— «Exotic wakes.» *APM2003, XXXI Summer School on Advanced Problems in Mechanics*, St. Petersburg, Russia (plenary lecture).

2004

— «Tech, Terascale and ICTAS.» *Richmond Joint Engineers' Council Annual Banquet*, Richmond, VA.

— «Marvelous mathematical models.» *Workshop on Capacity Building in the Mathematical Sciences*, African Institute of Mathematical Sciences, Cape Town, South Africa (2004); http://www.aims.ac.za/english/workshop.php

— «The three-vortex problem and its ramifications.» The *Zhou Pei-Yuan Memorial Lecture at the Tenth Asian Congress of Fluid Mechanics* (ACFMX), University of Peradeniya, Sri Lanka (plenary lecture).

2005

— «Point vortices: From models of atoms to patterns in Bose-Einstein condensates.» *Einstein Symposium Bibliotheca Alexandrina*, Alexandria, Egypt (general audience lecture).

2006

— «Vortex dynamics of wakes,» IUTAM Symposium on *Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, Turbulence*, Moscow, Russia (plenary lecture).

— «Fluid dynamics in the 21st Century,» *Grand Opening of Center for Fluid Dynamics at DTU*, Lyngby, Denmark.

— «Marvelous mathematical models in mechanics,» and «150 years of vortex dynamics,» *First DCAMM Annual Lectures*, Aalborg University and Technical University of Denmark.

— «Something old, something new...» *Theoretical Fluid Dynamics in the 21st Century — A Special Meeting in Honour of Professor J. T. Stuart*, FRS, Imperial College, London (opening lecture).

2007

— Founders Day speech, «Trolletale», Herlufsholm Skole, Næstved, Denmark

— «Marvelous mathematical models in mechanics,» *Distinguished Lecturer Series*, Mechanical Engineering, Virginia Commonwealth University, Richmond, VA.

— «150 Years of vortex dynamics,» Plenary lecture, *Annual meeting of Mexican Physical Society*, Boca del Rio, Veracruz, Mexico.

2008

— «Teaching with toys,» Virginia Tech, www.vtnews.vt.edu/story.php?relyear=2008&itemno=241

— Lecture series, Kyushu University, Fukuoka (2 lectures); Research Institute for Mathematical Sciences (RIMS), Kyoto; University of Electro-Communications, Chofu; Nihon University, Koriyama; Department of Physics, University of Tokyo.

— «Relative equilibria of point vortices.» *Twenty Second International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, Adelaide, Australia.

— «The three-vortex problem,» *Polish National Fluid Mechanics Conference* (KKMP'08), Jastrzebia Gora, Poland.

2009

— «Vortex patterns» and «A tutorial on point vortex dynamics», lectures at *Fluid•DTU* Summer School, Krogerup Højskole, Denmark.

— «Chaos theory and fluid mixing», lecture as part of Danish Science Festival, CELF, Nykøbing F, Denmark.

— «Stability of relative equilibria of three vortices.» Institute colloquium and opening lecture for annual meeting *Trends in Numerical Fluid Mechanics*, Polish Academy of Sciences, Warsaw, Poland.

2010

— Presentations on Niels Bohr visiting professorship at *Board meeting and Annual meeting of the Danish National Research Foundation*, Copenhagen, Denmark. http://www.dg.dk/om-fonden/aarsmoede-2010/

2011

— «Flow kinematics, Dynamical systems, Fluid mixing», Keynote and closing lectures, *Physics of Mixing* workshop, Lorentz Center, Leiden, The Netherlands.

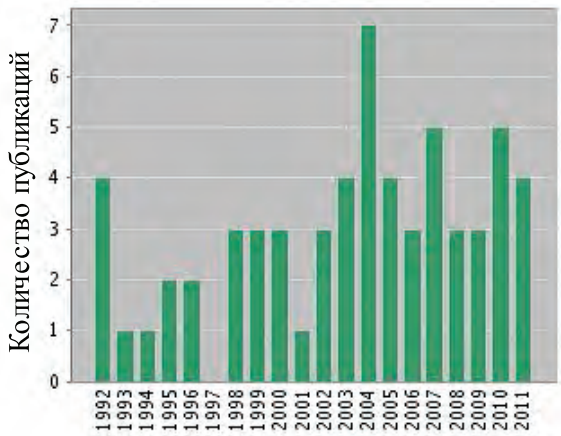
Некоторые данные о цитировании научных публикаций Хассана Арефа

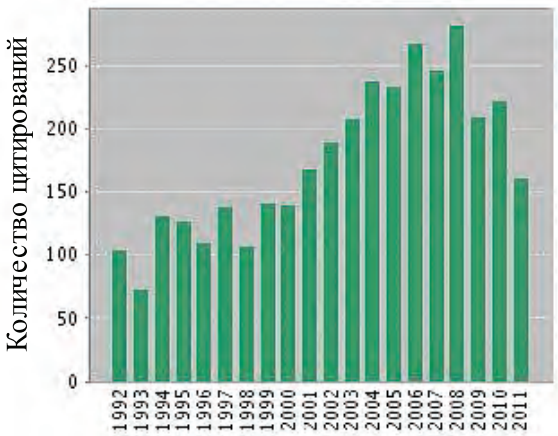
Развитие глобального информационного пространства и возможности компьютерных технологий позволяют косвенно оценить влияние публикации конкретного автора по количеству ссылок на нее за последние 65 лет, установить и проследить динамику роста (или падения) импакт-фактора научного журнала и т. д.

Ниже приводятся некоторые данные об опубликованных статьях Х. Арефа, по версии авторитетной системы **ISI Web of Science** (http://webofknowledge.com), которая охватывает более 36 миллионов статей из более чем 6200 журналов естественнонаучного, экономического и социального профиля, выпущенных в период с января 1945 года по сентябрь 2011 года, включая так называемый *индекс Хирша*[6].

Каждая опубликованная статья имеет свой DOI (*digital object identifier*) — набор цифр, которые в совокупности однозначно идентифицируют статью. Схема DOI находится в ведении Международного фонда DOI (http://dx.doi.org.) DOI однозначно и на все времена привязан к каждой статье и обеспечивает постоянный линк к ней в Интернете, независимо от любых изменений в структуре вебсайта журнала. Например, статья с DOI:10.1017/S0022112084001233 имеет веб-адрес: http://dx.doi.org/doi:10.1017/S0022112084001233, что ведет к аннотации статьи, с последующим выходом на полный текст в HTML или PDF.

Приводятся данные за последние 20 лет:





Общее число публикаций	103
Суммарное число цитирований	4 116
Суммарное число цитирований за вычетом самоцитирований	3 883
Число цитированных публикаций	2 826
Среднее число цитирований на публикацию	39.96
h-индекс (индекс Хирша)	30

[6]Хирш пишет: «Ученый имеет индекс h, если h из его N_p статей цитируются как минимум h раз каждая, в то время как оставшиеся $(N_p—h)$ статей цитируются не более, чем h раз каждая.» Индекс Хирша вычисляется с использованием бесплатных общедоступных баз данных в Интернете. См. http://en.wikipedia.org/wiki/H-index

Первые 10 наиболее цитируемых статей (по состоянию на 28 сентября 2011 года)	2007	2008	2009	2010	2011	Общее число	Среднее число
Title: **STIRRING BY CHAOTIC ADVECTION** Author(s): AREF H Source: JOURNAL OF FLUID MECHANICS Volume: **143** Issue: **JUN** Pages: **1–21** DOI: **10.1017/S0022112084001233** Published: **1984**	49	46	43	48	31	953	34.04
Title: **Passive mixing in a three-dimensional serpentine microchannel** Author(s): Liu RH; Stremler MA; Sharp KV; et al. Source: JOURNAL OF MICROELECTROMECHANICAL SYSTEMS Volume: **9** Issue: **2** Pages: **190–197** DOI: **10.1109/84.846699** Published: **JUN 2000**	55	74	42	42	36	536	44.67
Title: **INTEGRABLE, CHAOTIC, AND TURBULENT VORTEX MOTION IN TWO-DIMENSIONAL FLOWS** Author(s): AREF H Source: ANNUAL REVIEW OF FLUID MECHANICS Volume: **15** Pages: **345–389** DOI: **10.1146/annurev.fl.15.010183.002021** Published: **1983**	10	7	7	8	4	290	10.00
Title: **CHAOTIC ADVECTION IN A STOKES-FLOW** Author(s): AREF H; BALACHANDAR S Source: PHYSICS OF FLUIDS Volume: **29** Issue: **11** Pages: **3515–3521** DOI: **10.1063/1.865828** Published: **NOV 1986**	4	6	5	1	3	183	7.04
Title: **The development of chaotic advection** Author(s): Aref H Source: PHYSICS OF FLUIDS Volume: **14** Issue: **4** Pages: **1315–1325** DOI: **10.1063/1.1458932** Published: **APR 2002**	18	24	21	28	13	178	17.80
Title: **CHAOTIC ADVECTION BY LAMINAR-FLOW IN A TWISTED PIPE** Author(s): JONES SW; THOMAS OM; AREF H Source: JOURNAL OF FLUID MECHANICS Volume: **209** Pages: **335–357** DOI: **10.1017/S0022112089003137** Published: **DEC 1989**	7	4	7	4	5	134	5.83
Title: **NUMERICAL EXPERIMENTS ON HELE SHAW FLOW WITH A SHARP INTERFACE** Author(s): TRYGGVASON G; AREF H Source: JOURNAL OF FLUID MECHANICS Volume: **136** Issue: NOV Pages: **1–30** DOI: **10.1017/S0022112083002037** Published: **1983**	2	5	1	3	0	133	4.59

Title: **MOTION OF 3 VORTICES** Author(s): AREF H Source: PHYSICS OF FLUIDS Volume: **22** Issue: **3** Pages: **393–400** DOI: **10.1063/1.862605** Published: **1979**	9	5	3	4	1	127	3.85
Title: **INTEGRABLE AND CHAOTIC MOTIONS OF 4-VORTICES. 1. THE CASE OF IDENTICAL VORTICES** Author(s): AREF H; POMPHREY N Source: PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON SERIES A-MATHEMATICAL PHYSICAL AND ENGINEERING SCIENCES Volume: **380** Issue: **1779** Pages: **359–387** DOI: **10.1098/rspa.1982.0047** Published: **1982**	0	3	1	1	0	86	2.87
Title: **INTEGRABLE AND CHAOTIC MOTIONS OF 4-VORTICES. 2. COLLISION DYNAMICS OF VORTEX PAIRS** Author(s): ECKHARDT B; AREF H Source: PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON SERIES A-MATHEMATICAL PHYSICAL AND ENGINEERING SCIENCES Volume: **326** Issue: **1593** Pages: **655–696** DOI: **10.1098/rsta.1988.0117** Published: **NOV 24 1988**	4	4	0	2	1	83	3.46

Hassan Aref (1950–2011)

Viatcheslav V. Meleshko

Department of Theoretical and Applied Mechanics
Faculty of Mechanics and Mathematics
Kiev National Taras Shevchenko University
64 Volodymyrska Street, 01601 Kiev, Ukraine
meleshko@univ.kiev.ua, viatcheslav.meleshko@gmail.com

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2011, vol. 7, no. 3, pp. 691–713 (Russian)