ОРИГИНАЛЬНЫЕ СТАТЬИ

УДК: 531.383
MSC 2010: 34K11

Линеаризация колебаний резонатора волнового твердотельного гироскопа и сил электростатических датчиков управления

Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев

Рассматривается волновой твердотельный гироскоп с цилиндрическим резонатором и электростатическими датчиками управления. Используется математическая модель динамики гироскопа, описывающая нелинейные колебания резонатора при наличии напряжения на электродах. Опорное напряжение вызывает кубическую нелинейность, а переменные напряжения — квадратичную нелинейность сил управления.

Исследуются различные режимы подачи напряжения на датчики гироскопа. Приведен вид формируемых напряжений электродов, предназначенных для линеаризации колебаний. Заданные напряжения компенсируют не только нелинейные колебания резонатора, вызванные электростатическими датчиками, но и нелинейные колебания, обусловленные другими физическими и геометрическими факторами. Показано, что силы управления имеют нелинейность, которая устраняется напряжением, подаваемым на систему электродов по специальному закону.

Предложенная методика может быть использована для устранения нелинейных колебаний и линеаризации силовых характеристик датчиков управления волновых твердотельных гироскопов с полусферическими, цилиндрическими и кольцевыми резонаторами.

Ключевые слова: волновой твердотельный гироскоп, цилиндрический резонатор, нелинейные колебания

Получено 04 июля 2017 года
После доработки 29 июля 2017 года

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 16-01-00772-а, № 16-08-01269-а).

Маслов Дмитрий Александрович
MaslovDmA@mpei.ru
Меркурьев Игорь Владимирович
MerkuryevIV@yandex.ru
Национальный исследовательский университет «МЭИ»
111250, Россия, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14

Введение

Волновой твердотельный гироскоп (ВТГ) является одним из наиболее перспективных датчиков инерциальной информации, применяемых в составе навигационных систем подвижных объектов [1–4]. Принцип действия ВТГ основан на инертных свойствах стоячих упругих волн, возбуждаемых в осесимметричных оболочках [5].

Основы теории волновых гироскопов были заложены в работах [5, 6]. Исследование погрешностей таких гироскопов с различными формами колеблющегося резонатора выполнено в [5–13]. В данных работах показано, что явления срыва колебаний, «биение», нерегулярные и хаотические движения чувствительных элементов гироскопов, вызванные нелинейными эффектами различной природы, существенно уменьшают точность гироскопов. Для учета нелинейных свойств колебательной системы необходимо учитывать специфику конструкции гироскопа, системы управления и измерения. Пренебрежение нелинейностью возможно лишь при малых амплитудах колебаний, при которых отношение сигнала к шуму не слишком высокое. Для его повышения следует увеличивать амплитуду колебаний, однако при этом возрастают погрешности, вызванные нелинейностью.

Погрешность, обусловленная нелинейными колебаниями, присуща всем без исключения гироскопам, реализующим идею маятника Фуко [14]. Для устранения этой погрешности необходимо поддерживать постоянной амплитуду колебаний и равной нулю квадратуру [14]. Однако находят применение гироскопы, работающие в режиме прямого преобразования, а также приборы с обратной связью в виде пропорционального звена. В этих случаях квадратура отлична от нуля. Погрешность также можно компенсировать алгоритмически [15], предварительно определив коэффициент нелинейности [16, 17]. Кроме того, устранить нелинейность колебаний возможно, подбирая специальный закон напряжения электродов управления. Этот способ был предложен в [18] для линеаризации электростатического датчика момента микромеханического гироскопа RR-типа с торсионным подвесом чувствительного элемента.

Цель исследований — компенсация принципиальных нелинейностей электростатических датчиков путем управления в виде обратной связи.

Уравнения нелинейных колебаний резонатора гироскопа с электростатическими датчиками управления

Рассмотрим тонкий упругий цилиндрический резонатор (рис. 1) радиуса R и длины L на подвижном основании.

Колебания упругой цилиндрической оболочки 1, консольно закрепленной на основании 2, возбуждаются электродами управления 3, которые с соответствующими участками проводящей поверхности резонатора образуют конденсаторы. Обычно в приборах используют 16 электродов возбуждения колебаний. Электроды съема информации, расположенные с внутренней стороны цилиндрической оболочки, на рисунке 1 не изображены.

С основанием прибора свяжем ортогональную систему координат $Oxyz$, ось z направим по оси симметрии резонатора. В качестве криволинейных координат примем нормализованную (отнесенную к радиусу резонатора) длину образующей α ($0 \leq \alpha \leq \alpha_1 = L/R$) и угол в окружном направлении θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$). Предположим, что оболочка как целое вращается вокруг своей оси симметрии z с угловой скоростью Ω , которую в дальнейшем будем считать малой по сравнению с характерной расчетной частотой колебаний резонатора ω .

Рис. 1. Расчетная схема ВТГ.

При работе гироскопа используется вторая основная форма колебаний тонкой цилиндрической оболочки резонатора, радиальная составляющая которой, согласно [9], может быть записана следующим образом:

$$w = d \cdot (g(t) \sin 2\theta + f(t) \cos 2\theta), \quad (1)$$

где d — зазор между недеформированным резонатором и электродами, $f = -4\psi(\alpha)f_*$ и $g = 4\psi(\alpha)g_*$ — нормализованные (отнесенные к величине зазора d) измеряемые обобщенные координаты, $f_*(t)$ и $g_*(t)$ — функции времени, $\psi(\alpha) = 1.067 \cos(1.312\alpha) - 1.067 \operatorname{ch}(2.355\alpha) - 1.795 \sin(1.312\alpha) + \operatorname{sh}(2.356\alpha)$ — функция второй основной формы колебаний [9].

Вторая основная форма колебаний резонатора представляет собой суперпозицию двух нормальных форм (стоячих волн колебаний), которые повернуты относительно друг друга на угол 45° . В режиме вынужденных колебаний с помощью системы управляющих контуров возбуждается первичная нормальная форма колебаний резонатора. При вращении основания гироскопа возникает вторичная нормальная форма, пучности которой совпадают с узлами первичной нормальной формы. В разомкнутом режиме работы амплитуда вторичной нормальной формы пропорциональна угловой скорости основания гироскопа [5, 9], то есть гироскоп является датчиком угловой скорости.

Дифференциальные уравнения, описывающие в одномодовом приближении колебания цилиндрического резонатора, представим в следующем виде [10]:

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + \gamma\dot{f} - v\dot{g} + cf - \frac{8\psi^2(\alpha_1)}{C_0d^2} \sum_{i=1}^{16} (U_i C_i)^2 \cos 2\theta_i &= 0, \\ m\ddot{g} + \gamma\dot{g} + v\dot{f} + cg - \frac{8\psi^2(\alpha_1)}{C_0d^2} \sum_{i=1}^{16} (U_i C_i)^2 \sin 2\theta_i &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $m = \pi \rho h R^2 \int_0^{\alpha_1} (\psi'^2 + 20\psi^2) d\alpha$ — приведенная масса цилиндрического резонатора, соответствующая второй основной форме колебаний, параметры v и γ характеризуют угловое движение основания и демпфирование соответственно, c — приведенная жесткость, $c = m\omega^2$, где ω — частота колебаний по основной моде, U_i — напряжение, приложенное к i -му электроду, расположенному под углом $\theta_i = \pi(i-1)/8$ к отсчетной оси, C_i — мгновенная емкость i -го конденсатора,

$$C_i = \varepsilon_0 S / (d - w_i) = C_0 / (1 - w_i/d), \quad (3)$$

где $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная, S — площадь электрода, $w_i = 4\psi(\alpha_1)d \cdot (g(t) \sin 2\theta_i + f(t) \cos 2\theta_i)$ — прогиб резонатора в месте расположения i -го управляющего электрода.

Учитывая (3), запишем (2) в виде

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + \gamma\dot{f} - v\dot{g} + cf &= \tilde{\varepsilon} \sum_{i=1}^{16} \frac{U_i^2}{(1 - w_i/d)^2} \cos 2\theta_i, \\ m\ddot{g} + \gamma\dot{g} + v\dot{f} + cg &= \tilde{\varepsilon} \sum_{i=1}^{16} \frac{U_i^2}{(1 - w_i/d)^2} \sin 2\theta_i, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\tilde{\varepsilon} = 8\psi^2(\alpha_1)C_0/d^2$.

Напряжения U_i , подаваемые на электроды, определяются конкретным законом управления. Распределение разности потенциалов между электродами датчиков управления ДУ1, ..., ДУ16 и резонатором показано на рисунке 2.

С помощью электродов управления создается переменное во времени силовое поле: на четверку силовых электродов подаются сигналы $U_0 + U_{1y}$ и $U_0 - U_{1y}$, где U_0 — постоянное опорное напряжение, $U_{1y} = U_0 u_1$ — управляющее напряжение для возбуждения основной

Рис. 2. Распределение разности потенциалов между электродами датчиков управления и резонатором.

нормальной формы, u_1 — нормализованное управляющее напряжение. На другую группу электродов подаются сигналы $U_0 + U_{2y}$ и $U_0 - U_{2y}$, где $U_{2y} = U_0 u_2$ — напряжение для управления второй (квадратурной) нормальной формой колебаний резонатора, u_2 — нормализованное управляющее напряжение.

Для измерения отклонений резонатора используются электроды датчиков съема информации ДИ1, ..., ДИ8, формирующие два измерительных канала, расположенных друг другу под углом 45° .

Компенсация кубической нелинейности, вызванной опорным напряжением

Пусть на все электроды подается постоянное опорное напряжение, то есть

$$U_i = U_0, \quad i = 1, \dots, 16. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4) и проводя разложение в ряд по f и g , получим уравнения динамики резонатора

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + \gamma\dot{f} - v\dot{g} + cf &= \varepsilon [2f + 3(f^2 + g^2)f], \\ m\ddot{g} + \gamma\dot{g} + v\dot{f} + cg &= \varepsilon [2g + 3(f^2 + g^2)g], \end{aligned} \quad (6)$$

где $\varepsilon = 64\psi^2(\alpha_1)C_0U_0^2/d^2$.

Здесь в (6) и далее слагаемые, содержащие степени f и g выше третьей, опущены.

Первые слагаемые в квадратных скобках, $2f$ и $2g$, указывают на уменьшение частоты колебаний, что согласуется с результатом работы [19]. Вторые слагаемые в квадратных скобках, $3(f^2 + g^2)f$ и $3(f^2 + g^2)g$, представляют собой кубическую нелинейность.

Нелинейные слагаемые такого вида получены в работе [14]. Показано [14], что эта погрешность присуща всем без исключения гироскопам, реализующим идею маятника Фуко, в том числе и волновым твердотельным гироскопам.

В работе [10] показано, что опорное напряжение вызывает дрейф гироскопа, пропорциональный произведению амплитуд основной и квадратурной волны колебаний и квадрату опорного напряжения.

Для устранения нелинейности формируем опорное напряжение электродов следующим образом:

$$U_i = U_0(1 - w_i/d), \quad i = 1, \dots, 16. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (4), получим уравнения динамики резонатора

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + \gamma\dot{f} - v\dot{g} + cf &= 0, \\ m\ddot{g} + \gamma\dot{g} + v\dot{f} + cg &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Как видно из уравнений (8), частота колебаний не изменяется и дрейф гироскопа отсутствует.

Отметим, что в [18] линеаризация датчиков момента микромеханического гироскопа RR-типа с торсионным подвесом чувствительного элемента производится аналогично.

Рассмотрим более общий случай устранения нелинейности с помощью формирования напряжения электродов:

$$U_i = U_0(1 - kw_i/d), \quad i = 1, \dots, 16. \quad (9)$$

При коэффициенте $k = 0$ закон задания напряжения (9) совпадает с (5), а при $k = 1$ совпадает с (7).

Подставляя (9) в (4), получим

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + \gamma\dot{f} - v\dot{g} + cf &= \varepsilon[2(1-k)f + \xi(f^2 + g^2)f], \\ m\ddot{g} + \gamma\dot{g} + v\dot{f} + cg &= \varepsilon[2(1-k)g + \xi(f^2 + g^2)g], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\xi = \frac{3}{2}(2 - 3k + k^2)$ — коэффициент нелинейности.

При $k = 0$ уравнения (10) совпадают с (6), а при $k = 1$ — с уравнениями (8). Если $0 < k < 1$, то нелинейность компенсируется частично. При $1 < k < 2$ знак перед нелинейностью отрицательный, а значит, можно компенсировать кубические нелинейности, вызванные другими физическими или геометрическими факторами (например, нелинейными упругими свойствами материала резонатора). При $k = 3/2$ коэффициент нелинейности $\xi = -3/8$, и уравнения (10) имеют вид

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + \gamma\dot{f} - v\dot{g} + cf &= \varepsilon \left[-f - \frac{3}{8}(f^2 + g^2)f \right], \\ m\ddot{g} + \gamma\dot{g} + v\dot{f} + cg &= \varepsilon \left[-g - \frac{3}{8}(f^2 + g^2)g \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Коэффициент нелинейности $\xi = 3(2 - 3k + k^2)/2$ при изменении k от 0 до 1 уменьшается от 3 до 0, а при изменении k от 1 до 3/2 уменьшается от 0 до $-3/8$.

Таким образом, изменяя величину k в напряжениях (11), можно скомпенсировать нелинейные колебания, вызванные не только опорным напряжением электростатических датчиков, но и другими факторами.

Линеаризация датчиков управления

На электроды управления кроме постоянного опорного напряжения подается еще и переменное. Такое возбуждение может использоваться для создания начальной стоячей волны в резонаторе и для работы гироскопа в режиме датчика угловой скорости. Пусть на электроды подается напряжение в виде

$$\begin{aligned} U_1 = U_9 = U_0(1 + u_1), \quad U_3 = U_{11} = U_0(1 + u_2), \\ U_5 = U_{13} = U_0(1 - u_1), \quad U_7 = U_{15} = U_0(1 - u_2), \\ U_i = U_0, \quad i = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставляя (12) в (4) и проводя разложение в ряд по f и g , получим уравнения динамики резонатора

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + \gamma\dot{f} - v\dot{g} + cf &= \varepsilon[2f + 3(f^2 + g^2)f + (1 + 3f^2)u_1], \\ m\ddot{g} + \gamma\dot{g} + v\dot{f} + cg &= \varepsilon[2g + 3(f^2 + g^2)g + (1 + 3g^2)u_2]. \end{aligned} \quad (13)$$

В (13) слагаемые, содержащие степени f и g выше третьей, опущены. Также в (13) отброшены слагаемые fu_1^2 , gu_2^2 , указывающие на незначительное изменение частоты, так как $u_1 \leq 0.1$ и $u_2 \leq 0.1$.

Первые и вторые слагаемые в квадратных скобках в (13) вызваны опорным напряжением. Третьи слагаемые обусловлены переменными напряжениями u_1 и u_2 , предназначенными для управления колебаниями резонатора. Перед величинами u_1 и u_2 имеются квадратичные нелинейности $3f^2$, $3g^2$. Для их компенсации на электроды следует подавать напряжение в виде

$$\begin{aligned} U_1 = U_9 = U_0(1 + u_1(1 - 3f^2)), \quad U_3 = U_{11} = U_0(1 + u_2(1 - 3g^2)), \\ U_5 = U_{13} = U_0(1 - u_1(1 - 3f^2)), \quad U_7 = U_{15} = U_0(1 - u_2(1 - 3g^2)), \\ U_i = U_0, \quad i = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя (14) в (4) и проводя разложение в ряд по f и g , получим уравнения динамики резонатора

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + \gamma\dot{f} - v\dot{g} + cf = \varepsilon[2f + 3(f^2 + g^2)f + u_1], \\ m\ddot{g} + \gamma\dot{g} + v\dot{f} + cg = \varepsilon[2g + 3(f^2 + g^2)g + u_2]. \end{aligned} \quad (15)$$

В (15) отброшены слагаемые fu_1^2 , gu_2^2 , указывающие на незначительное изменение частоты, а также опущены $-4f^3u_1^2$ и $-4g^3u_2^2$, так как $u_1 \leq 0.1$ и $u_2 \leq 0.1$.

Линеаризация колебаний резонатора волнового твердотельного гироскопа и сил электростатических датчиков управления

Рассмотрим одновременную компенсацию влияния опорного напряжения и напряжения управления на динамику резонатора. Для их компенсации на электроды подается напряжение в виде

$$\begin{aligned} U_1 = U_9 = U_0(1 - w_1/d)(1 + u_1), \quad U_3 = U_{11} = U_0(1 - w_3/d)(1 + u_2), \\ U_5 = U_{13} = U_0(1 - w_5/d)(1 - u_1), \quad U_7 = U_{15} = U_0(1 - w_7/d)(1 - u_2), \\ U_i = U_0(1 - w_i/d), \quad i = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16. \end{aligned} \quad (16)$$

Подставляя (16) в (4) и проводя разложение в ряд по f и g , получим уравнения динамики резонатора

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + \gamma\dot{f} - v\dot{g} + cf = \varepsilon u_1, \\ m\ddot{g} + \gamma\dot{g} + v\dot{f} + cg = \varepsilon u_2. \end{aligned} \quad (17)$$

Из уравнений (17) видно, что частота колебаний не изменяется и дрейф гироскопа отсутствует.

Заключение

Рассмотрены различные режимы подачи напряжения на электростатические датчики ВТГ с цилиндрическим резонатором. Нелинейные колебания обусловлены опорным напряжением, вызывающим кубическую нелинейность, и переменными напряжениями, вызывающими квадратичную нелинейность сил управления. Предложены законы подачи напряжения на датчики, устраняющие нелинейные колебания резонатора, а также линеаризующие силовые характеристики датчиков управления. Заданные напряжения компенсируют не только нелинейные колебания резонатора, вызванные электростатическими датчиками,

но и нелинейные колебания, обусловленные другими физическими и геометрическими факторами.

Предложенная методика может быть использована для устранения нелинейных колебаний и линеаризации силовых характеристик датчиков управления волновых твердотельных гироскопов с полусферическими, цилиндрическими и кольцевыми резонаторами.

References

- [1] Peshekhonov V. G. Gyroscopic navigation systems: Current status and prospects, *Gyroscopy and Navigation*, 2011, vol. 2, no. 3, pp. 111–118; see also: *Giroskopiya i navigatsiya*, 2011, no. 1, pp. 3–16.
- [2] Jeanroy A., Bouvet A., Remillieux G. HRG and marine applications, *Gyroscopy and Navigation*, 2014, vol. 5, no. 2, pp. 67–74; see also: *Giroskopiya i navigatsiya*, 2013, no. 4, pp. 24–34.
- [3] Meyer D., Rozelle D. Milli-HRG inertial navigation system, *Gyroscopy and Navigation*, 2012, vol. 3, no. 4, pp. 227–234; see also: *Giroskopiya i navigatsiya*, 2012, no. 3, pp. 45–54.
- [4] Basarab M. A., Lunin B. S., Matveev V. A., Fomichev A. V., Chumankin E. A., Yurin A. V. Miniature gyroscope based on elastic waves in solids for small spacecraft, *Vestn. MGTU, Ser. Priborostroenie*, 2014, no. 4, pp. 80–96 (Russian).
- [5] Zhuravlev V. F., Klimov D. M. *Wave solid-state gyroscopes*, Moscow: Nauka, 1985 (Russian).
- [6] Zhuravlev V. Ph. Theoretical foundations of wave solid gyroscope (WSG), *Mech. Solids*, 1993, vol. 28, no. 3, pp. 3–15; see also: *Izv. Akad. Nauk. Mekh. Tverd. Tela*, 1993, no. 3, pp. 15–26.
- [7] Egarmin N. E. Nonlinear effects in dynamics of rotating circular ring, *Izv. Akad. Nauk. Mekh. Tverd. Tela*, 1993, no. 3, pp. 50–59 (Russian).
- [8] Matveev V. A., Lipatnikov V. I., Alekhin A. V. *Designing of a wave solid-state gyroscope*, Moscow: MGTU, 1997 (Russian).
- [9] Merkuryev I. V., Podalkov V. V. *The dynamics of MEMS and wave solid-state gyroscopes*, Moscow: Fizmatlit, 2009 (Russian).
- [10] Maslov A. A., Maslov D. A., Merkuryev I. V. Nonlinear effects in dynamics of cylindrical resonator of wave solid state gyro with electrostatic control system, *Gyroscopy and Navigation*, 2015, vol. 6, no. 3, pp. 224–229; see also: *Giroskopiya i navigatsiya*, 2015, no. 2, pp. 71–80.
- [11] De S. K., Aluru N. R. Complex nonlinear oscillations in electrostatically actuated microstructures, *J. Microelectromech. Syst.*, 2006, vol. 15, no. 2, pp. 355–369.
- [12] Rhoads J., Shaw S., Turner K., Moehlis J., DeMartini B., Zhang W. Generalized parametric resonance in electrostatically actuated microelectromechanical oscillators, *J. Sound Vibration*, 2006, vol. 296, nos. 4–5, pp. 797–829.
- [13] Sharma M., Sarraf E. H., Baskaran R., Cretu E. Parametric resonance: Amplification and damping in MEMS gyroscopes, *Sens. Actuators A Phys.*, 2012, vol. 177, pp. 79–86.
- [14] Zhuravlev V. Ph. The controlled Foucault pendulum as a model of a class of free gyros, *Mech. Solids*, 1997, vol. 42, no. 6, pp. 21–28; see also: *Izv. Akad. Nauk. Mekh. Tverd. Tela*, 1997, no. 6, pp. 27–35.
- [15] Maslov D. A., Merkuryev I. V. Compensation of errors taking into account nonlinear oscillations of the vibrating ring microgyroscope operating in the angular velocity sensor mode, *Nelin. Dinam.*, 2017, vol. 13, no. 2, pp. 227–241 (Russian).
- [16] Maslov A. A., Maslov D. A., Merkuryev I. V. Parameter identification of a hemispherical resonator gyro with nonlinearity of the resonator, *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol, diagnostika*, 2014, no. 5, pp. 18–23 (Russian).
- [17] Maslov D. A. Parameters identification for the gyro with a cylindrical resonator allowing for nonlinearity impact on the forcing action amplitude, *Mashinost. i inzh. obraz.*, 2017, no. 1, pp. 24–31 (Russian).

- [18] Tarasov A. N. Control system for micromechanical vibrating gyroscopes with combined excitation and measurements frequencies: *Cand. Tech. Sci. Dissertation*, Moscow: Bauman Moscow State Technical University, 2015.
- [19] Zhuravlev V. Ph., Linch D. D. Electric model of a hemispherical resonator gyro, *Mech. Solids*, 1995, vol. 30, no. 5, pp. 10–21; see also: *Izv. Akad. Nauk. Mekh. Tverd. Tela*, 1995, no. 5, pp. 12–24.

The linearization for wave solid-state gyroscope resonator oscillations and electrostatic control sensors forces

Dmitry A. Maslov¹, Igor V. Merkuryev²

^{1,2}National Research University “Moscow Power Engineering Institute”

ul. Krasnokazarmennaya 14, Moscow, 111250, Russia

¹MaslovDmA@mpei.ru, ²MerkuryevIV@yandex.ru

A wave solid-state gyroscope with a cylindrical resonator and electrostatic control sensors is considered. The gyroscope dynamics mathematical model describing nonlinear oscillations of the resonator under voltage on the electrodes is used. The reference voltage causes a cubic nonlinearity and the alternating voltage causes a quadratic nonlinearity of the control forces.

Various regimes of supplying voltage to gyro sensors are investigated. For the linearization of oscillations the form of voltages on the electrodes is presented. These voltages compensate for both nonlinear oscillations of the resonator caused by electrostatic sensors and those caused by other physical and geometric factors. It is shown that the control forces have a nonlinearity that is eliminated by the voltage applied to the electrode system according to a special law.

The proposed method can be used to eliminate nonlinear oscillations and to linearize power characteristics of sensors for controlling wave solid-state gyroscopes with hemispherical, cylindrical and ring resonators.

MSC 2010: 34K11

Keywords: wave solid-state gyroscope, cylindrical resonator, nonlinear oscillations

Received July 04, 2017, accepted July 29, 2017

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2017, vol. 13, no. 3, pp. 413–421 (Russian)